



# Contribution to the fatigue behaviour study of bituminous material

Yann Lefeuvre

## ► To cite this version:

Yann Lefeuvre. Contribution to the fatigue behaviour study of bituminous material. Engineering Sciences [physics]. Ecole des Ponts ParisTech, 2001. English. NNT: . pastel-00002993

**HAL Id: pastel-00002993**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00002993>**

Submitted on 19 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THESE**

**Présentée pour l'obtention du diplôme de**

**DOCTEUR**

**DE L'ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES**

**Spécialité : Structures et Matériaux**

Par

**Yann LEFEUVRE**

**Contribution à l'étude du comportement en fatigue des enrobés bitumineux**

**Etude de l'allongement des éprouvettes comme manifestation de  
l'endommagement diffus**

**Expérimentation - Modélisation**

**Date de soutenance : 28 mars 2001**

**Devant le jury composé de :**

|                       |                           |
|-----------------------|---------------------------|
| <b>C. BOUTIN</b>      | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>J.F. CORTE</b>     | <b>Examineur</b>          |
| <b>C. DE LA ROCHE</b> | <b>Examinatrice</b>       |
| <b>A. EHRLACHER</b>   | <b>Directeur de thèse</b> |
| <b>C. PETIT</b>       | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>H. VAN DAMME</b>   | <b>Président du jury</b>  |



## REMERCIEMENTS

Ce travail a principalement eu lieu au Centre de Nantes du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, division Matériaux et Structures de Chaussées, et a été finalisé au Laboratoire Analyse des Matériaux et Identification de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

Quelques mots ne peuvent correctement témoigner de ma très grande gratitude envers Chantal de La Roche et Jean-Michel Piau qui furent mes mentors et mes références au LCPC Nantes et qui m'ont soutenu, supporté, éduqué à la recherche, intéressé ô combien à mon sujet en m'en faisant découvrir tant de facettes, harcelé à bon escient dans la dernière ligne droite, etc... C'est pour cela et pour tous nos échanges « extra scientifiques » que je garderai ces années de thèses bien au chaud dans mes souvenirs.

Ces années au LCPC furent idéalement complétées par mon semestre passé à l'ENPC pour la rédaction finale auprès d'Alain Ehrlacher qui, même si je n'ai pas dû lui dire, a continué à m'ouvrir à tous les bons aspects de la recherche et notamment à élargir mon champ des possibles. Tout cela et aussi sa disponibilité (une fois nos créneaux horaires compatibles), sa confiance et sa générosité, notamment pour communiquer son savoir, m'ont énormément apporté et je l'en remercie très sincèrement.

J'en profite aussi pour saluer très, très chaleureusement toute l'équipe de la division MSC au LCPC, du LAMI à l'ENPC et mes amis colocataires du bureau des thésards, Jean-Vivien, Abdellah et Didier, pour qui j'ai une affection toute particulière.

Qu'il me soit permis de remercier aussi les rapporteurs du jury Claude Boutin et Christophe Petit pour la qualité de leurs échanges soit dans le cadre strict de la soutenance ou tout au long de ma thèse comme avec Christophe.

Jean-François Corté, en plus de participer au jury, a toute ma sincère reconnaissance pour ses interventions et nos échanges directs sur mes travaux. J'ai pu en effet en retirer toute la substantifique moelle. J'ai appris beaucoup dans cette remise en question qui une fois dépassée m'a fait grandement avancer.

Enfin, je remercie Henri Van Damme d'avoir présidé le jury et pour son engagement et son intérêt dans le sujet de ma thèse, qui n'était pas son domaine de recherche direct, comme l'ont reflété la perspicacité de ses questions et le bien-fondé de ses interventions.

A vous tous et à ceux que j'aurais très injustement oubliés...merci.

## **RESUME DE THESE DE DOCTORAT / SUMMARY**

Français :

Les essais de fatigue des matériaux bitumineux réalisés sur éprouvettes trapézoïdales induisent une perte de rigidité combinée à une extension significative des éprouvettes au début de l'essai pour de forts niveaux de sollicitation. Cette thèse présente le développement d'une loi de comportement visco-élastique avec endommagement unilatéral pour les matériaux bitumineux, basée sur l'observation des essais de rupture directe sur film de bitume entre deux hémisphères de métal. L'endommagement unilatéral est défini comme l'ouverture de micro-fissures dans le bitume pendant l'extension et leur fermeture pendant leur contraction. Injectée dans un modèle structural semi-analytique de l'éprouvette trapézoïdale, cette loi de comportement conduit à des résultats proches de ceux mesurés en début d'essai pour des conditions expérimentales variées (température, fréquence et amplitude de sollicitation). Selon la modélisation utilisée, la loi d'évolution de l'endommagement décrit la rapide création homogène de micro-fissures dans tout le matériau, puis leur développement lente. La modélisation peut aussi expliquer un certain pourcentage de la perte de rigidité globale du matériau. Ces résultats montrent principalement que l'extension du matériau bitumineux est due au comportement dissymétrique induit par l'endommagement unilatéral couplé à la visco-élasticité. Par conséquent, l'allongement du mélange bitumineux est un moyen de quantifier le niveau d'endommagement du matériau.

English:

Fatigue tests of bituminous materials performed on trapezoidal specimens induce a loss of stiffness, combined with a significant extension of the specimens at the beginning of the test when applying high strain levels. This thesis presents the development of a visco-elastic constitutive law with unilateral damage for asphalt materials, based on the observation of tensile tests on asphalt binder films between two metal spheres. The unilateral damage is defined as the opening of the micro-cracks in the bitumen during extension and their closing during contraction. When put into a semi-analytical structural model of the trapezoidal specimen, this constitutive law leads to results close to those highlighted at the beginning of fatigue experiments for various experimental conditions (temperature, load frequency and strain amplitude level). According to the used modelling, the damage evolution law describes the fast initial homogeneous creation of the micro-cracks and then their slow development. The modelling is also able to explain a given percentage of the loss of stiffness. These results show mainly that the bituminous material extension is due to the asymmetric behaviour induced by the unilateral damage coupled with visco-elasticity. Therefore the asphalt mix extension is a way to quantify the level of the material damage.

# **TABLE DES MATIERES**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>A INTRODUCTION</b>   | <b>7</b>  |
| <b>B BIBLIOGRAPHIE</b>  | <b>10</b> |
| <b>1 L'ENROBE DE BITUME DANS LA CHAUSSEE</b>  | <b>11</b> |
| 1.1 La place des matériaux bitumineux dans les structures routières   | 11        |
| 1.2 Comportement des chaussées  | 13        |
| 1.2.1 Principaux modes de dégradation des couches traitées aux liants hydrocarbonés                               | 13        |
| 1.2.2 Sollicitations dans la chaussée   | 13        |
| 1.3 Dimensionnement des chaussées en France   | 15        |
| <b>2 DESCRIPTION DU MELANGE BITUMINEUX</b>  | <b>16</b> |
| 2.1 Les constituants des matériaux bitumineux   | 16        |
| 2.1.1 Les granulats   | 16        |
| 2.1.2 Le liant hydrocarboné   | 17        |
| 2.2 La formulation du mélange bitumineux  | 19        |
| <b>3 CARACTERISATION DES PROPRIETES MECANQUES DES ENROBES BITUMINEUX DANS LE DOMAINE VISCO-ELASTIQUE LINEAIRE</b> | <b>20</b> |
| 3.1 Introduction  | 20        |
| 3.2 Hypothèses  | 22        |
| 3.3 Généralités sur les différents types d'essais et de sollicitations  | 24        |
| 3.3.1 Types d'essais  | 24        |
| 3.3.2 Types de sollicitation  | 24        |
| 3.4 Détermination du module dans le domaine fréquentiel –Module complexe ( $E^*(\omega)$ )                        | 25        |
| 3.4.1 Définition du module complexe   | 25        |
| 3.4.2 Les essais de caractérisation du module   | 26        |
| 3.4.3 Analyse des résultats   | 28        |
| a – Courbes isothermes  | 28        |
| b – Courbes isochrones  | 29        |
| c – Courbe dans le plan Cole et Cole  | 30        |
| d – Courbe dans l'espace de Black   | 31        |
| 3.5 Modèles rhéologiques analogiques visco-élastiques linéaires   | 32        |
| 3.5.1 Modèle de Burger  | 32        |
| 3.5.2 Modèle de Maxwell généralisé  | 32        |
| 3.5.3 Modèle de Huet  | 32        |
| 3.5.4 Modèle de Huet-Sayegh   | 35        |
| 3.6 Conclusions   | 37        |
| <b>4 CARACTERISATION EXPERIMENTALE DE LA FATIGUE DES ENROBES BITUMINEUX</b>                                       | <b>38</b> |
| 4.1 Généralités   | 38        |
| 4.1.1 Historique - Courbes de Wöhler  | 38        |
| 4.1.2 Dispersion des durées de vie  | 39        |
| 4.2 Les essais de fatigue en laboratoire  | 41        |
| 4.2.1 Introduction  | 41        |

|                                 |  |           |
|---------------------------------|--|-----------|
| 4.2.2                           | Type de chargement   | 42        |
| a –                             | Allure des cycles de sollicitation   | 42        |
| b –                             | Nature du paramètre imposé   | 43        |
| 4.2.3                           | Fréquence et température   | 44        |
| 4.2.4                           | Essais continus et discontinus   | 45        |
| <b>4.3</b>                      | <b>Analyse classique des résultats expérimentaux</b>   | 46        |
| 4.3.1                           | Critère de rupture   | 46        |
| 4.3.2                           | Exploitation des résultats   | 47        |
| <b>4.4</b>                      | <b>Les autres phénomènes apparaissant au cours de la fatigue</b>                                 | 48        |
| 4.4.1                           | Pertinence des essais  | 48        |
| 4.4.2                           | Dissipation thermique  | 48        |
| 4.4.3                           | Auto-réparation  | 49        |
| 4.4.4                           | Dilatation des éprouvettes en cours d'essai  | 49        |
| <b>4.5</b>                      | <b>Conclusion</b>  | 50        |
| <b>5</b>                        | <b>MODELISATION DES PHENOMENES IMPLIQUES DANS LA FATIGUE DES ENROBES BITUMINEUX</b>              | 51        |
| <b>5.1</b>                      | <b>Introduction</b>  | 51        |
| <b>5.2</b>                      | <b>Approche énergétique</b>  | 52        |
| 5.2.1                           | Hypothèses   | 52        |
| 5.2.2                           | Prédiction de la durée de vie par l'approche énergétique   | 53        |
| 5.2.3                           | Limitations du concept d'énergie dissipée  | 54        |
| <b>5.3</b>                      | <b>Approche par la mécanique de la rupture</b>   | 55        |
| 5.3.1                           | Généralités  | 55        |
| 5.3.2                           | Application aux enrobés bitumineux   | 55        |
| <b>5.4</b>                      | <b>Approche par la mécanique de l'endommagement</b>  | 57        |
| 5.4.1                           | Définition d'une variable d'endommagement  | 57        |
| 5.4.2                           | Application aux enrobés bitumineux sous sollicitation sinusoïdale                                | 58        |
| <b>5.5</b>                      | <b>Conclusion</b>  | 60        |
| <b>6</b>                        | <b>CONCLUSION</b>  | 61        |
| <b>C CAMPAGNE EXPERIMENTALE</b> |  | <b>62</b> |
| <b>1</b>                        | <b>L'ESSAI DE FATIGUE : PRESENTATION DU MATERIAU, DU BANC DE FATIGUE ET DE LA METROLOGIE</b>     | <b>63</b> |
| <b>1.1</b>                      | <b>Composition et caractéristiques mécaniques du matériau</b>                                    | <b>64</b> |
| 1.1.1                           | Formulation et géométrie   | 64        |
| 1.1.2                           | Caractéristiques mécaniques  | 64        |
| a –                             | Paramètres du module complexe de Huet-Sayegh   | 64        |
| b –                             | Caractérisation en fatigue : droite de fatigue et $\epsilon_6$                                   | 65        |
| <b>1.2</b>                      | <b>Présentation du banc de fatigue et de la métrologie améliorée</b>                             | <b>66</b> |
| 1.2.1                           | Le banc de fatigue LPC   | 66        |
| 1.2.2                           | Equipement métrologique et chaîne d'acquisition  | 66        |
| <b>1.3</b>                      | <b>Principe des essais et protocoles expérimentaux</b>   | <b>69</b> |
| 1.3.1                           | Paramètres d'essais  | 69        |
| 1.3.2                           | Paramètres mesurés   | 70        |
| 1.3.3                           | Protocoles d'essai   | 70        |
| <b>2</b>                        | <b>COMPORTEMENT DES ENROBES BITUMINEUX EN FATIGUE : ANALYSE DE L'ALLONGEMENT DE L'EPROUVETTE</b> | <b>71</b> |
| <b>2.1</b>                      | <b>Présentation du phénomène d'extension de l'enrobé</b>   | <b>72</b> |



|  |     |
|--|-----|
| 2.1.1 Conditions expérimentales  | 72  |
| 2.1.2 Evolution des déformations verticales sur la section la plus sollicitée                              | 72  |
| a – Traitement du signal pseudo-sinusoidal des déformations  | 72  |
| b – Comportement général jusqu'à la rupture : évolution de l'extension en trois phases                     | 74  |
| c – Arrêt de la sollicitation en début d'essai : récupération totale des propriétés mécaniques de l'enrobé | 75  |
| <b>2.2 Champs de déformation à la surface de l'enrobé</b>  | 78  |
| 2.2.1 Conditions expérimentales  | 78  |
| 2.2.2 Répartition de la déformation moyenne verticale le long de la section la plus sollicitée             | 79  |
| 2.2.3 Répartition verticale de la déformation moyenne  | 81  |
| a – Evolution de la déformation moyenne, $\epsilon_m(t)$   | 82  |
| b – Evolution des amplitudes de déformation, $\epsilon_a(t)$   | 83  |
| c - Conclusion   | 83  |
| <b>2.3 Incidence du niveau de sollicitation</b>  | 85  |
| 2.3.1 Conditions expérimentales  | 85  |
| 2.3.2 Résultats expérimentaux  | 85  |
| a – Incidence sur la déformation moyenne globale   | 85  |
| b – Incidence sur l'homogénéité de la déformation moyenne sur une même section                             | 86  |
| c – Conclusion   | 88  |
| <b>2.4 Incidence de la température</b>   | 89  |
| 2.4.1 Conditions expérimentales  | 89  |
| 2.4.2 Méthode de calage des résultats  | 89  |
| 2.4.3 Incidence sur la déformation moyenne maximale  | 91  |
| 2.4.4 Incidence sur la cinétique d'allongement – temps caractéristique de l'extension moyenne              | 92  |
| a – Evolution de la pente à l'origine  | 93  |
| b – Mise en évidence d'un temps caractéristique d'extension  | 94  |
| 2.4.5 Résultats obtenus pour les températures : -10 et 28°C  | 95  |
| a – Comportement à -10°C   | 95  |
| b – Comportement à 28°C  | 95  |
| 2.4.6 Conclusions  | 97  |
| <b>2.5 Incidence de la fréquence</b>   | 98  |
| 2.5.1 Conditions expérimentales  | 98  |
| 2.5.2 Résultats expérimentaux  | 98  |
| <b>2.6 Résultats des essais de fatigue à force imposée</b>   | 101 |
| 2.6.1 Conditions expérimentales  | 101 |
| 2.6.2 Résultats expérimentaux  | 101 |
| a – Incidence de différents niveaux de force imposée   | 102 |
| b – Incidence de la température d'essai  | 103 |
| 2.6.3 Conclusion   | 104 |
| <b>2.7 Synthèse des résultats et conclusions</b>   | 105 |
| <b>D MODELISATION DU COMPORTEMENT DE L'ENROBE BITUMINEUX LORS DE L'ESSAI DE FATIGUE</b>                    | 107 |
| <b>1 OBJECTIFS ET FONDEMENTS DE LA MODELISATION</b>  | 108 |
| <b>1.1 But de la modélisation</b>  | 108 |
| <b>1.2 Fondements du modèle d'endommagement unilatéral des enrobés bitumineux sous chargement cyclique</b> | 109 |
| 1.2.1 Apport de l'essai de Rupture Locale Répétée sur film de Bitume (RLRB)                                | 109 |
| 1.2.2 Apports de notre campagne expérimentale  | 111 |

|   |     |
|---|-----|
| <b>2 MODELE THERMO-VISCO-ELASTIQUE AVEC ENDOMMAGEMENT UNILATERAL</b>  | 112 |
| <b>2.1 Modèle unidimensionnel visco-élastique avec endommagement unilatéral – Loi de comportement sans couplage thermique</b>                   | 112 |
| 2.1.1 Principes du couplage visco-élasticité/endommagement traité selon deux échelles de temps  | 113 |
| a – Définition de l'endommagement unilatéral en visco-élasticité  | 113 |
| b – Décomposition en série de Fourier selon deux échelles de temps  | 114 |
| 2.1.2 Décomposition des équations de comportement en un problème temporel et un problème fréquentiel  | 115 |
| a – Ecriture générale de la loi de comportement   | 115 |
| b – Expression de la contrainte effective en fonction de la contrainte réelle   | 116 |
| c – Synthèse et commentaires sur la loi de comportement avec endommagement unilatéral   | 117 |
| <b>2.2 Modèle bidimensionnel structurel d'éprouvette trapézoïdale</b>   | 119 |
| 2.2.1 Hypothèses  | 119 |
| 2.2.2 Equations d'équilibre   | 120 |
| 2.2.3 Compatibilité cinématique   | 120 |
| 2.2.4 Conditions limites  | 121 |
| 2.2.5 Systèmes d'équations "temporel" et "fréquentiel"  | 121 |
| <b>2.3 Equation de la chaleur</b>   | 123 |
| 2.3.1 Equation générale traitée selon deux échelles de temps  | 123 |
| 2.3.2 Conditions limites  | 124 |
| 2.3.3 Equations du problème bidimensionnel pour la modélisation de l'essai de fatigue en flexion  | 124 |
| <b>3 TRAITEMENT NUMERIQUE POUR SIMULER L'ESSAI DE FATIGUE EN FLEXION</b>  | 125 |
| <b>3.1 Traitement numérique du problème mécanique</b>   | 126 |
| 3.1.1 Discrétisation temporelle des équations de comportement   | 126 |
| a – Développement de l'équation de comportement du problème temporel  | 126 |
| b – Développement de l'équation de comportement du problème fréquentiel   | 128 |
| 3.1.2 Discrétisation des équations "structurelles" et principe de maillage de la structure trapézoïdale   | 128 |
| a – Expression de $w_{m,z}(z,t)$ et $v^*_{,z2}(z,t)$  | 128 |
| b – Calcul des déplacements $w_m(z,t)$ et $v^*(z,t)$ et principe de maillage  | 131 |
| 3.1.3 Récapitulatif des étapes du calcul des déplacements $w_m$ et $v^*$  | 133 |
| <b>3.2 Traitement numérique du problème thermique – Cas adiabatique</b>   | 134 |
| <b>3.3 Principe de résolution et schéma algorithmique</b>   | 135 |
| <b>4 RESULTATS NUMERIQUES</b>   | 138 |
| <b>4.1 Validation sur des cas simples</b>   | 139 |
| 4.1.1 Validation par rapport à la solution analytique de Résistance des Matériaux et détermination du maillage optimal                          | 139 |
| 4.1.2 Validation pour une loi d'évolution de dommage linéaire en fonction du temps  | 140 |
| <b>4.2 Etude de la réponse type du modèle</b>   | 141 |
| 4.2.1 Evolution de l'amplitude de force en tête   | 142 |
| 4.2.2 Champ d'auto-contraintes  | 142 |
| <b>4.3 Simulation de l'essai à 20°C, 25 Hz et <math>V_{imp} = 380 \mu m</math> pour différentes lois d'évolution de dommage (cas isotherme)</b> | 144 |
| 4.3.1 Résultats pour un endommagement uniforme et homogène  | 145 |

|  |     |
|--|-----|
| a – Résultats pour un endommagement constant et homogène (loi (D1))  | 145 |
| b – Résultats pour une loi d'évolution homogène de l'endommagement (loi (D2))  | 146 |
| 4.3.2 Résultats pour une loi d'évolution de dommage fonction de la déformation (loi (D3))  | 147 |
| 4.3.3 Répartition du champ de déformation moyenne  | 150 |
| a – Evolution de la déformation moyenne globale selon l'axe (Oz)   | 150 |
| b – Vers une explication de l'évolution de la déformation moyenne selon l'axe y  | 151 |
| 4.3.4 Incidence de l'arrêt de sollicitation  | 154 |
| <b>4.4 Comparaisons entre les essais et les simulations numériques pour différentes conditions de chargement avec la loi de dommage (D3)</b> | 155 |
| 4.4.1 Incidence du niveau de sollicitation   | 155 |
| 4.4.2 Incidence de la température d'essai  | 155 |
| 4.4.3 Incidence de la fréquence  | 157 |
| 4.4.4 Conclusion   | 159 |
| <b>4.5 Prise en compte du problème thermique</b>   | 161 |
| <b>4.6 Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un essai de fatigue en flexion à force imposée</b>                      | 164 |
| 4.6.1 Incidence des différents niveaux de force imposée  | 164 |
| 4.6.2 Incidence de la température d'essai  | 165 |
| 4.6.3 Conclusion   | 166 |
| <b>5 CONCLUSIONS</b>   | 167 |
| <b>E CONCLUSION ET PERSPECTIVES</b>  | 168 |
| <b>1 CONCLUSIONS</b>   | 169 |
| <b>2 PERSPECTIVES</b>  | 171 |
| <b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>   | 173 |
| <b>ANNEXES</b>   | 182 |

## **A - INTRODUCTION**

Les dégradations des chaussées sont dues à l'action conjuguée du trafic de véhicules et du climat et se déclarent selon trois modes principaux d'altération : l'orniérage, la fatigue, la fissuration.

L'optimisation des structures de chaussée est obtenue à deux niveaux :

- optimisation des qualités intrinsèques de chaque matériau vis-à-vis des critères d'orniérage, de fissuration, de résistance à la fatigue, mais aussi vis-à-vis de sa mise en œuvre et de son coût ;
- optimisation de l'ensemble de la structure avec le dimensionnement des épaisseurs de couche en fonction des caractéristiques mécaniques des matériaux employés.

La méthode de dimensionnement des chaussées françaises repose entre autre sur la détermination de la résistance à la fatigue mécanique des enrobés bitumineux. Cette évaluation est généralement pratiquée sur le banc de fatigue LPC<sup>1</sup> en flexion alternée deux points sur éprouvettes trapézoïdales.

Malgré les nombreuses connaissances acquises sur cet essai, son interprétation est encore incomplète, et son lien avec le comportement en fatigue des chaussées encore imparfaitement établi [De la Roche, 1994 b].

Ce mémoire rapporte d'une part les résultats expérimentaux principalement axés sur le phénomène d'allongement vertical significatif des enrobés au cours de l'essai de fatigue jusqu'ici inexpliqué [Chauvin, 1992]. D'autre part il apporte une modélisation originale basée sur le phénomène d'endommagement unilatéral sous sollicitation sinusoïdale qui permet :

- de rendre compte de l'extension verticale du matériau ;
- de compléter les modélisations existantes de perte de module de l'enrobé au cours de l'essai ;
- d'ouvrir des perspectives de meilleure prévision de l'instant d'apparition de la fissuration macroscopique dans le mélange bitumineux au travers la mécanique de l'endommagement.

La première partie du mémoire consiste en une étude bibliographique qui :

- présente l'importance de l'enrobé de bitume dans la chaussée ;
- décrit les constituants du mélange bitumineux ;
- passe en revue les différentes méthodes de caractériser les enrobés vis-à-vis de leur comportement mécanique dans le domaine visco-élastique linéaire ;
- détaille les méthodes expérimentales de caractérisation de la fatigue des matériaux bitumineux ;
- énumère les différentes modélisations des phénomènes impliqués dans le processus de fatigue ;
- fait la synthèse des connaissances actuelles pour y situer le travail présenté ici.

La deuxième partie du mémoire est consacrée à la campagne expérimentale entreprise pour un Béton Bitumineux 0/6 mm au bitume 50/70. Cette partie s'articule de la façon suivante :

- description du matériau utilisé, de la métrologie mise en place pour étudier l'allongement vertical des éprouvettes, du plan expérimental effectué pour différents niveaux de déplacement imposé, de fréquence et de température, et des protocoles d'essais avec ou sans temps de repos ;

---

<sup>1</sup> Laboratoires des Ponts et Chaussées

- analyse des résultats pour identifier la variation de l'extension du béton bitumineux en fonction des paramètres expérimentaux ;

La troisième partie présente les étapes de la construction de notre modèle thermo-visco-élastique avec endommagement unilatéral, développé pour simuler l'essai de fatigue sous chargement cyclique alterné :

- fondements phénoménologiques de notre modèle (résultats de l'essai Rupture Locale Répétée sur film de Bitume) ;
- établissement des équations de comportement des problèmes mécanique et thermique traités selon deux échelles de temps, et construction du modèle structural bidimensionnel de l'essai de fatigue (fondé sur les hypothèses de la résistance des matériaux) ;
- présentation du traitement numérique appliqué à la modélisation de l'essai de fatigue ;
- résultats numériques pour différentes lois d'endommagement et mise en évidence de la pertinence de notre modèle avec ou sans couplage thermique, à déplacement imposé ou à force imposée ;
- conclusions sur la pertinence de notre modélisation vis-à-vis des mesures expérimentales.

La dernière partie conclut sur les apports et les limites de notre modélisation et ouvre une discussion notamment sur ses ramifications possibles vers la détermination de l'endommagement à chaque instant, en tout point de l'enrobé.

## **B - BIBLIOGRAPHIE**

## 1 L'enrobé de bitume dans la chaussée

### 1.1 La place des matériaux bitumineux dans les structures routières

Les chaussées se présentent comme des structures multicouches (figure B1.1), qui sont mises en œuvre pour répartir les charges induites par le trafic que le sol support seul ne pourrait pas soutenir.

La structure complète comprend :

- le sol support ;
- la couche de forme qui protège le sol support pendant les travaux, permet d'améliorer les caractéristiques mécaniques des matériaux de remblais ou du terrain en place et de les protéger du gel ;
- les couches d'assise (couche de fondation + couche de base) qui sont constituées de matériaux élaborés (le plus souvent liés pour les chaussées à trafic élevé) qui doivent répartir les contraintes de pression dues au trafic dans les limites admissibles au niveau de la plate-forme support ;
- les couches de surfaces (couche de liaison + couche de roulement) qui subissent directement les actions du trafic.

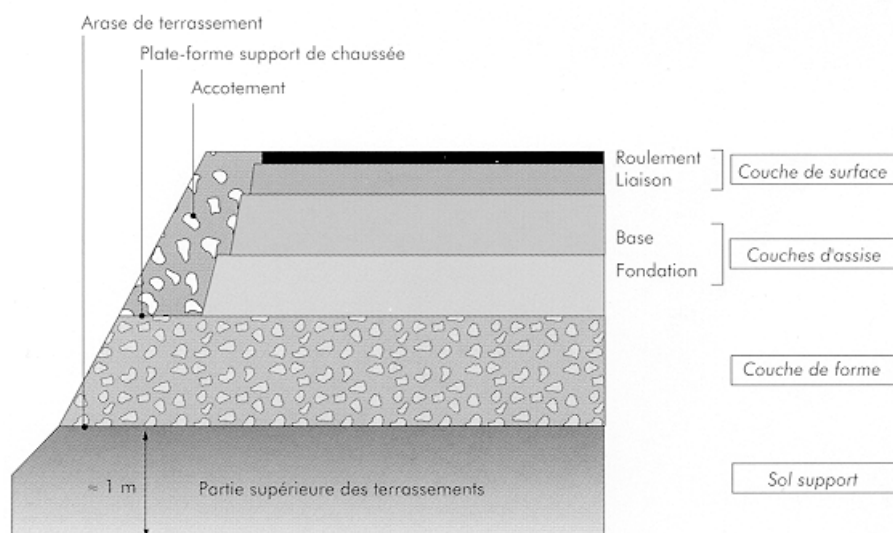


Fig.B1.1 Schéma d'une coupe de chaussée [Guide technique, 1994]



Les matériaux bitumineux peuvent être utilisés dans les couches de surface et dans les couches d'assise.

Les structures de chaussées sont réparties en deux grandes classes en ce qui concerne le réseau routier français : les chaussées bitumineuses et les chaussées en béton de ciment. En France la majorité des structures routières appartiennent à la famille des chaussées bitumineuses. La figure B1.2 donne un aperçu des structures bitumineuses le plus fréquemment rencontrées.

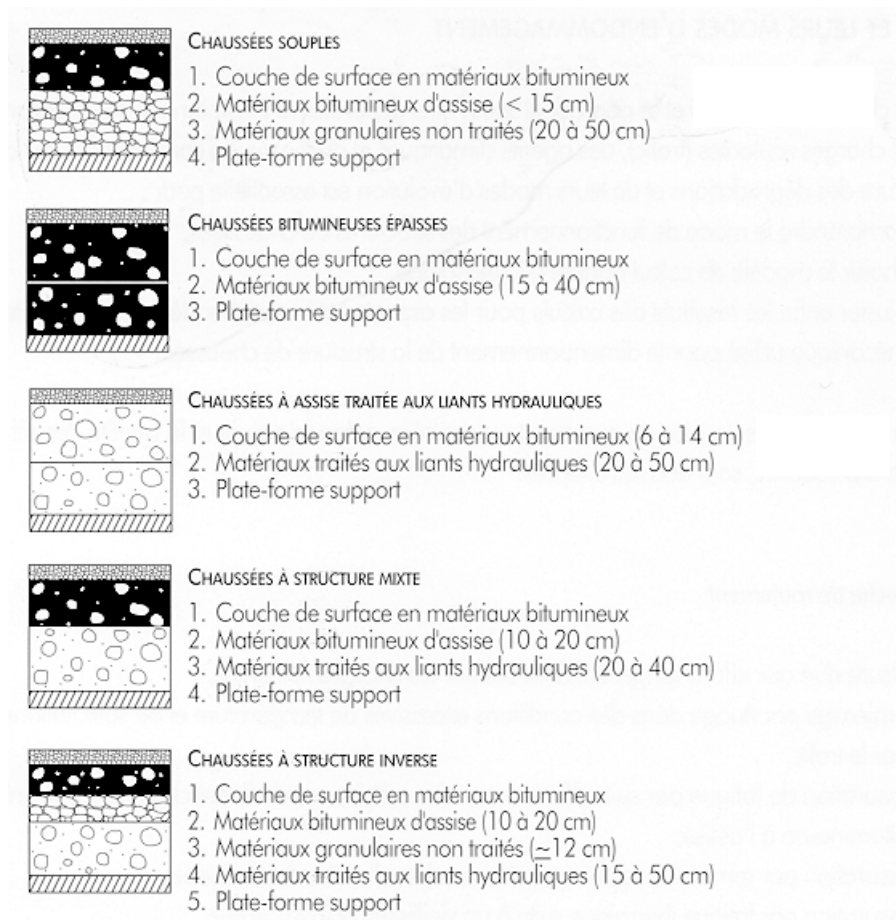


Fig.B1.2 Schéma des différents types de structures de chaussée [Guide technique, 1994]

Les chaussées souples et les chaussées bitumineuses épaisses sont employées pour le réseau départemental, les autres structures étant utilisées pour des niveaux de trafic plus élevés.

## **1.2 Comportement des chaussées**

### **1.2.1 Principaux modes de dégradation des couches traitées aux liants hydrocarbonés**

Les matériaux bitumineux sont employés principalement dans les couches de surface et d'assise. Ils subissent l'action conjuguée du trafic routier (agression mécanique) et du climat (température, gel).

Ainsi l'agression mécanique des charges roulantes provoque des écrasements et des flexions dans la structure routière. Leur répétition est à l'origine des phénomènes :

- d'orniérage (causé par les compressions successives des matériaux bitumineux, mais aussi par les déformations des couches non liées éventuelles) ;
- de fatigue par l'accumulation de micro-dégradations créées par les tractions transversales répétées qui peut entraîner la ruine du matériau ;
- de fissuration qui peut apparaître et se propager dans la chaussée.

La température a deux effets mécaniques principaux outre le vieillissement du matériau :

- changement de la rigidité (module) du matériau dû au caractère thermosusceptible du mélange bitumineux et plus particulièrement du liant hydrocarboné ;
- création de contraintes et déformations au sein du matériau en raison des dilatations-contractions thermiques qui peut provoquer et faire se propager des fissures avec les cycles thermiques, surtout à basse température (les couches traitées aux liants hydrauliques sont sujettes quant à elles aux retraits thermique et de prise).

Dans ces conditions la caractérisation des matériaux bitumineux porte sur :

- la détermination du module de rigidité pour différentes conditions de température et de chargement ;
- la détermination de la résistance à la fatigue.

D'autres essais visent à déterminer les capacités de résistance du matériau à l'orniérage et aussi de caractériser la fissuration et sa propagation notamment à basse température.

### **1.2.2 Sollicitations dans la chaussée**

Le passage d'un véhicule engendre des contraintes normales et de cisaillement dans toutes les directions des couches de la chaussée. La couche d'assise constituée de matériau bitumineux subit essentiellement le phénomène de fatigue causé par les cycles de traction/compression dans la direction parallèle à l'axe de roulement. La figure B1.3 montre la déformation longitudinale à la base de la couche d'assise au passage d'une roue [De La Roche, 1993].

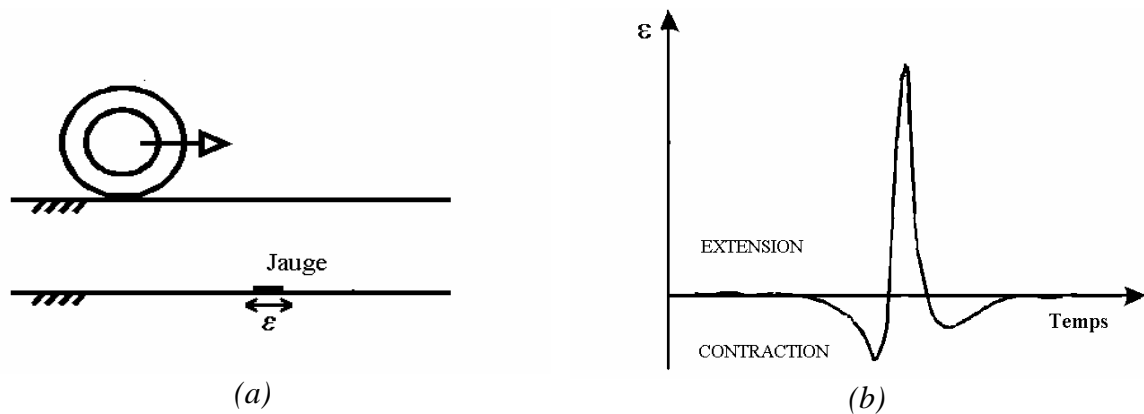


Fig.B1.3 Déformation longitudinale à la base d'une couche de chaussée :

(a) Schéma du passage de la charge roulante et point de mesure

(b) Déformation longitudinale résultante

A l'approche de la charge, le point de mesure est soumis à une contraction puis à une extension quand la charge en est suffisamment proche. De plus, les phases d'extension et de contraction sont fortement asymétriques et d'autant plus que la température est élevée.

A chaque passage de roue, la chaussée subit donc un chargement du même type : «contraction - extension - contraction». C'est la répétition de ces sollicitations qui est à l'origine de la fatigue de la chaussée (à sa base et dans la direction longitudinale).

L'amplitude de la partie en extension du signal de sollicitation est environ trois à quatre fois plus grande que celle correspondant à la partie en contraction. En outre, la résistance de l'enrobé bitumineux en traction est beaucoup plus faible que sa résistance en compression. L'endommagement par fatigue se fait donc principalement dans la phase de traction de la flexion. La traction par flexion étant plus forte à la base de la chaussée (quand il s'agit des couches collées), l'amorce de la fissure doit se déclencher théoriquement à cet endroit.

La forme de ce signal et le nombre de paramètres qui la définissent (variation de température, de la charge, du trafic, de l'épaisseur des couches, de la portance du sol de fondation, des effets climatiques, ...) soulignent les difficultés de la reproduction du signal réel en laboratoire.

Le signal de la figure B1.3 peut être utilisé pour déterminer la fréquence de la sollicitation des essais de fatigue en laboratoire à partir de l'épaisseur de la couche sollicitée, la vitesse de la charge roulante et l'intervalle qui sépare les deux crêtes en contraction du signal. Le tableau B1.1 en donne des exemples de valeurs :

| Vitesse de la charge (km/h)   | 36        | 90          |
|-------------------------------|-----------|-------------|
| Revêtement mince (<4cm)       | F = 20 Hz | F = 50 Hz   |
| Revêtement épais (10 à 14 cm) | F = 5 Hz  | F = 12,5 Hz |

Tableau B1.1 Détermination de la fréquence de sollicitation en laboratoire à partir d'un signal mesuré sur chaussée [Jeuffroy, 1984]

### 1.3 Dimensionnement des chaussées en France

Nous évoquons dans ce paragraphe les grands principes du dimensionnement des chaussées comme il est pratiqué en France. Pour plus de détails sur le dimensionnement le lecteur peut notamment se reporter à [Guide Technique, 1994], [Jeuffroy, 1984].

La méthode française de dimensionnement, mise au point depuis les années 50, utilise simultanément deux approches :

- une approche rationnelle, à savoir le calcul à l'aide d'un modèle mécanique des champs de contraintes et de déformations. Cette démarche était à l'opposé de la voie suivie au même moment aux Etats-Unis<sup>1</sup> ;
- une approche probabiliste pour tenir compte de la dispersion et du caractère aléatoire des divers facteurs jouant un rôle dans la tenue de la chaussée (variabilité des caractéristiques des matériaux et des épaisseurs de mise en œuvre, dispersion des résultats des essais de fatigue...). Ainsi le dernier guide de dimensionnement des structures [Guide Technique, 1994] ne parle plus de calcul de "durée de vie" mais de "durée initiale de calcul" et de risque de calcul. Le risque de calcul est la probabilité pour qu'un niveau de dégradations qui impliquerait la reconstruction de la chaussée soit atteint sur une période de p années, appelée durée initiale de calcul.

Le dimensionnement est en fait une démarche qui vérifie qu'une structure préalablement établie supportera le trafic subi. Pour cela, on calcule à l'aide d'un modèle mécanique les sollicitations les plus endommageantes, à savoir les déformations et les contraintes à la base ou au sommet des couches ; puis on vérifie que ces sollicitations sont inférieures aux sollicitations admissibles par les matériaux constitutifs de la structure. La vérification concerne la rupture par fatigue des matériaux liés et les déformations permanentes des matériaux non liés et du sol-support. Ces sollicitations admissibles sont déterminées à partir de relations empiriques. Le caractère probabiliste de la méthode est introduit dans la détermination des déformations et des contraintes admissibles. Les propriétés des matériaux sont déterminées lors d'essais en laboratoire. Notamment les matériaux bitumineux sont caractérisés par leur module de rigidité et leur résistance à la fatigue.

---

<sup>1</sup> Dans les années 50-60, avaient lieu aux Etats-Unis différentes campagnes d'essais dont les essais AASHO (American Association of State Highway Officials) qui ont permis notamment de définir un indice de qualité de service des chaussées (PSI : present serviceability index). Cet indice a été mis en relation par régression statistique avec les dégradations visibles en surface (uni longitudinal, profondeur d'ornièrre et surface fissurée et réparée, avec une prépondérance pour l'uni longitudinal). Ces essais ont aussi permis de définir des équations prédictives de la diminution du PSI en fonction du trafic cumulé et de la structure, ce qui a donné naissance au guide de dimensionnement AASHTO en 1986.

## **2 Description du mélange bitumineux**

Le béton bitumineux est composé de deux éléments principaux : les granulats et le bitume.

La description de ces deux constituants fait l'objet du paragraphe 2.1 et le paragraphe 2.2 décrit la façon de réaliser leur mélange.

### **2.1 Les constituants des matériaux bitumineux**

Les granulats assurent la structure rigide de l'enrobé et le bitume procure la cohésion de l'ensemble et est responsable du caractère visqueux.

Chacun de ces deux constituants est défini par ses caractéristiques rhéologiques et mécaniques. La connaissance de ces caractéristiques permet d'obtenir la bonne tenue du mélange bitumineux.

#### **2.1.1 Les granulats**

En France, les granulats proviennent de carrières où les roches massives sont concassées, ou bien sont d'origine alluvionnaire.

Les granulats sont répartis en différentes classes granulaires normées qui sont définies par le diamètre minimal et le diamètre maximal du granulat (norme P18-101). Les granulats sont ainsi classés en fines, sables, gravillons, cailloux et graves.

L'intégration des granulats dans le mélange bitumineux nécessite de connaître différentes caractéristiques :

- celles qui tiennent à la nature de la roche d'origine (dureté, résistance au polissage, résistance aux chocs) ;
- celles qui résultent de la fabrication des granulats (propreté, forme, granularité, angularité, homogénéité).

En outre les essais mécaniques permettent d'établir un classement selon :

- la résistance à la fragmentation par les essais Los Angeles (norme P18-573) ;
- la résistance à l'usure et à l'attrition par l'essai Micro-Deval humide (norme P18-572) ;
- la résistance au polissage (norme P18-575) ;

### 2.1.2 Le liant hydrocarboné

Le bitume est essentiellement composé d'hydrocarbures et de leurs dérivés. Cet élément confère à l'enrobé sa cohésion et son caractère visqueux. Il réagit différemment selon la durée d'application d'un chargement. En première approximation il est considéré comme un fluide viscoélastique linéaire. Il est également thermo-susceptible : sa rigidité dépend de la température.

Les liants hydrocarbonés sont définis et classés par la norme T65-000 qui distingue :

- les bitumes purs (T65-001) ;
- les bitumes fluidifiés (T65-002) obtenus avec un diluant d'origine pétrolière ;
- les bitumes fluxés (T65-003) additionnés d'une huile d'origine houillère ou pétrolière ;
- les bitumes composés (T65-004) formés d'au moins 50% de bitume additionné de goudron ou de brai de houille ;
- les émulsions de bitume (T65-011) ;
- les goudrons purs (T66-021) ou modifiés (T66-022) plus guère utilisés en technique routière ;
- les bitumes modifiés, comportant des ajouts de substances le plus souvent macromoléculaires ayant un effet direct sur le liant, par opposition aux fines minérales et additifs d'adhésivité. Les substances les plus couramment utilisées sont les élastomères SBS, les plastomères EVA et les poudrettes de caoutchouc afin de réduire la susceptibilité thermique du bitume de base et d'améliorer ses caractéristiques de résistance à la fatigue.

Plusieurs types d'essais permettent de caractériser les liants bitumineux. Deux catégories principales se distinguent : les essais standards de caractérisation (mis au point dans les années 1920) et les essais rhéologiques (apparus dans les années 1940).

#### Principaux essais standards de caractérisation :

- l'essai de pénétrabilité à l'aiguille (NF T66-804) qui consiste à mesurer en 10<sup>ème</sup> de mm, l'enfoncement dans un échantillon de bitume à température donnée, d'une aiguille standard au bout d'un temps de 5 s. La valeur de pénétration est d'autant plus grande que le bitume est mou ;
- le point de ramollissement bille-anneau (NF T66-804) qui consiste à déterminer la température, notée TBA, pour laquelle une bille d'acier normalisée traverse un échantillon de bitume maintenu dans un anneau métallique. Il caractérise la susceptibilité thermique du matériau : plus la température bille-anneau est faible, plus le bitume est susceptible ;
- l'essai RTFOT (Rolling Thin Film Oven Test) (NF T66-032) est employé pour caractériser le vieillissement des bitumes à l'enrobage. Pour cet essai, le bitume placé en film mince est régulièrement exposé à un flux d'air chaud dont le débit est contrôlé. Les propriétés habituelles du liant sont ensuite mesurées (pénétrabilité, température de ramollissement bille-anneau). Ces valeurs après RTFOT qui sont plus proches de celles du liant extrait de l'enrobé, sont comparées à celles obtenues auparavant ;

- le point de fragilité de FRAAS (NF T66-026) qui correspond à la température à laquelle un film de bitume déposé sur une lamelle d'acier se fissure lorsque l'on plie cette lamelle à basse température. Il caractérise la fragilité du liant à basse température.

Les valeurs obtenues lors de ces différents essais sont à la base des spécifications sur les bitumes. Ceux-ci sont répartis en classes correspondant à une gamme donnée de valeurs de pénétrabilité à 25°C :

- 10/20 bitume dur (non normalisé) ;
- 20/30 bitume dur (normalisé) ;
- 35/50 et 50/70 bitumes semi-durs ;
- 70/100 et 180/220 bitumes mous.

### **Essais rhéologiques**

Ce type d'essai a pour but de déterminer les caractéristiques intrinsèques du liant. Il s'agit d'essais de rhéométrie permettant la mesure de caractéristiques mécaniques intrinsèques telles que la viscosité et des essais de module complexe. En effet les essais classiques se révèlent mal adaptés pour caractériser les liants particuliers, notamment ceux modifiés aux polymères [Hadrzynski, 1995]. Ainsi ce type d'essai a été choisi suite aux conclusions du programme SHRP (Strategic Highway Research Program) afin de pouvoir relier les caractéristiques mesurées en laboratoire et les performances des liants dans l'enrobé sur chaussées [Anderson, 1993].

## 2.2 La formulation du mélange bitumineux

Nous nous intéressons ici aux matériaux traités aux liants hydrocarbonés à chaud, bétons et enrobés bitumineux, graves et sables bitume, qui résultent du mélange de granulats et de liant hydrocarboné avec éventuellement des additifs, dosés, chauffés et malaxés en centrale. La plupart de ces techniques font l'objet des normes de la série NF P98-130 à 150. Elles traitent de la définition, de la classification, des caractéristiques et des particularités de fabrication et de mise en œuvre de chaque produit. Elles concernent en outre les graves-bitume, les enrobés à module élevé, les divers bétons bitumineux, ainsi que les sables-bitume et les enrobés recyclés à chaud qui ne sont pas couverts par une norme de produit.

Le dimensionnement des couches de matériaux traités aux liants hydrocarbonés demande de connaître la dépendance du module de rigidité du matériau vis-à-vis de la température et de la vitesse de chargement, et de son comportement à la fatigue.

Cependant la recherche d'une formulation optimum reste complexe car elle doit tendre vers un compromis. Par exemple, l'utilisation des matériaux roulés facilite la maniabilité au détriment de la résistance. L'utilisation de matériaux concassés augmente la résistance mais demande beaucoup d'énergie pour le compactage (augmentation du coût). D'autres interactions sont rencontrées avec des paramètres externes comme la température, ce qui complique davantage le choix de la formulation [Soliman, 1976].

Ainsi la formulation doit jouer sur différents paramètres tels que la courbe granulaire, la compacité, l'angularité des granulats, le type de bitume, la teneur en liant, le type et la teneur en fines.



### **3 Caractérisation des propriétés mécaniques des enrobés bitumineux dans le domaine visco-élastique linéaire**

Les paragraphes précédents décrivent la nature de l'enrobé bitumineux, son emploi dans les chaussées et les sollicitations qu'il subit. La fatigue due au passage des charges roulantes est identifiée comme la cause principale d'agression des couches d'assise. Le dimensionnement des chaussées nécessite donc de caractériser les enrobés bitumineux vis-à-vis de ce phénomène.

Dans la suite nous présentons successivement les hypothèses faites sur son comportement dans les chaussées, les moyens expérimentaux qui permettent d'identifier ses caractéristiques mécaniques et les modèles rhéologiques qui le définissent.

#### **3.1 Introduction**

Afin de préciser le contexte de notre étude, nous présentons ci-dessous, figure B3.1, les principaux domaines du comportement des enrobés bitumineux lors des essais de caractérisation mécanique. Ainsi [Di Benedetto, 1990] distingue trois catégories principales d'essais en fonction du nombre de cycles imposés et de la norme de la déformation imposée,  $\varepsilon$  :

- pour un faible nombre de chargements et des déformations de quelques pour cents, le comportement observé est fortement non linéaire ;
- pour des chargements comprenant quelques centaines de cycles et des déformations « faibles » ( $<10^{-4}$ ) le comportement est considéré, en première approximation, viscoélastique linéaire ;
- lors de chargements de plusieurs dizaines de milliers de cycles et des déformations « faibles » les phénomènes d'endommagement apparaissent, le matériau se « fatigue ».

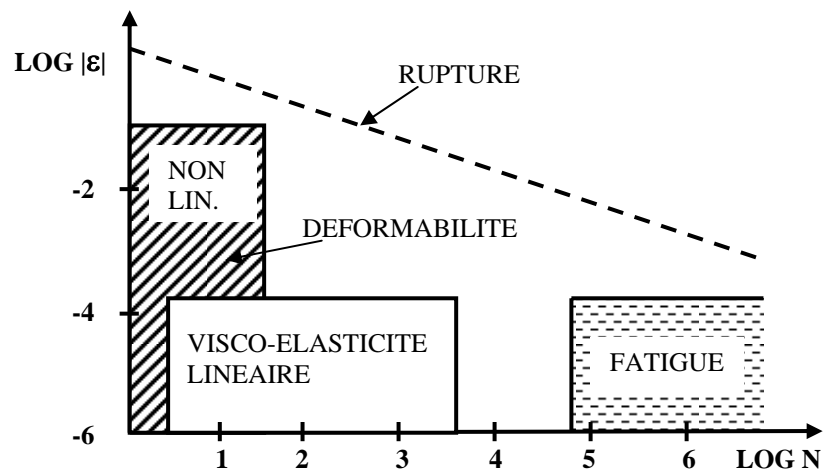


Fig.B3.1 Comportement des enrobés en fonction de la déformation [Di Benedetto, 1990]  
( $\epsilon$ , déformation -  $N$ , nombre de cycles)

La figure B3.1 fournit un ordre de grandeur des différents domaines de comportement type pour une température fixée. Les frontières considérées correspondent, bien sûr, à des ordres de grandeur qui peuvent varier sensiblement selon le matériau, la température et la direction du chemin de sollicitation (compression, cisaillement, ...).

Les quatre propriétés mécaniques importantes pour les matériaux traités aux liants hydrocarbonés utilisés en technique routière sont :

- la rigidité ou le module (comportement viscoélastique linéaire) ;
- le comportement à la fatigue ;
- le comportement à l'orniérage qui correspond à l'accumulation de déformations permanentes. Ce phénomène est donc lié aux irréversibilités et aux non linéarités déjà existantes dans le domaine des faibles déformations ;
- la fissuration et la propagation des fissures. En particulier les phénomènes de fissuration par apparition de contraintes liées aux variations de température (dilatation et/ou contraction thermique) sont un aspect important qui introduit un couplage thermo-mécanique.

Ces quatre propriétés sont analysées selon des procédures plus ou moins rationnelles dans les méthodes de dimensionnement de chaussées.

Actuellement les études sur les bétons bitumineux privilégient les essais de détermination des caractéristiques linéaires et de fatigue. Ces deux informations entrent directement en ligne de compte dans le processus de dimensionnement des chaussées comme il est pratiqué en France [Guide technique, 1994].

Ainsi nous nous intéressons dans les paragraphes suivants aux moyens de caractériser le comportement des mélanges bitumineux dans le domaine visco-élastique linéaire.

### 3.2 Hypothèses

Dans la littérature les mélanges bitumineux sont considérés comme des matériaux homogènes, isotropes, visco-élastiques, linéaires et thermo-susceptible. Notons que la caractérisation de l'orniérage, non traitée ici, demande de caractériser le béton bitumineux par un comportement élasto-visco-plastique dans le cas de grandes déformations, à température élevée et vitesse lente de chargement.

Malgré sa composition fortement hétérogène le matériau bitumineux peut être considéré comme un **milieu continu** à l'échelle de la chaussée. Pour que cette hypothèse soit aussi vérifiée concernant les essais en laboratoire il convient de respecter un facteur 10 entre la dimension du plus gros granulat et les dimensions de l'éprouvette (certains essais y font cependant exception mais conservent tout de même l'hypothèse d'homogénéité).

Le dimensionnement des chaussées considère l'enrobé comme **isotrope**.

Cependant la mise en place des couches d'enrobé crée un gradient de densité selon la profondeur après compactage, et oriente de façon privilégiée les granulats. De plus les travaux de [Doubanneh, 1995] montrent que des essais de traction/compression sur des éprouvettes cylindriques carottées suivant différentes orientations, présentent des écarts de 20% sur les résultats obtenus d'une orientation de prélèvement à l'autre.

Par conséquent les éprouvettes sont prélevées à cœur du matériau afin de se retrouver dans des conditions proches de l'hypothèse d'isotropie. Ainsi en laboratoire on s'efforce donc de réaliser des prélèvements et d'imposer des sollicitations qui correspondent à la direction de plus grande déformation.

Dans les paragraphes précédents nous décrivons les caractéristiques des granulats et du liant hydrocarboné qui composent principalement l'enrobé de bitume. Le mélange bitumineux se comporte donc comme un matériau **visco-élastique** dont la rigidité est due à son squelette minéral et dont le caractère visqueux tient au bitume. Ce comportement varie notamment en fonction des conditions de chargement : un temps de sollicitation très court (fréquence de passage élevée) provoque une réponse élastique du matériau et à l'opposé un chargement appliqué longtemps (fréquence faible) se rapproche d'un comportement purement visqueux. Le domaine de linéarité des matériaux bitumineux dépend des conditions de chargement car cela est rappelé dans le paragraphe précédent (cf. figure B3.1, §3.1).

Les mesures de module des matériaux bitumineux sont pratiquées dans leur **domaine linéaire**. Ceci nécessite donc d'appliquer des "petites déformations" [Linder, 1977], [Huet, 1963]. L'hypothèse d'un comportement viscoélastique linéaire des enrobés bitumineux s'accompagne de la validité du principe de superposition de Boltzmann [Mandel, 1966] : la réponse d'un matériau à une sollicitation composée d'un certain nombre de sollicitations élémentaires est la somme des réponses à chacune de ces sollicitations élémentaires [Salençon, 1983]. En annexe 1 figurent les principales notions utilisées en viscoélasticité linéaire.

Dans l'hypothèse d'un comportement viscoélastique linéaire des matériaux bitumineux, il existe plusieurs modes de mesure de la rigidité des enrobés : le mode utilisant un chargement quasi-statique (mode temporel), le mode utilisant un chargement sinusoïdal (mode fréquentiel) et des modes "mixtes" reposant généralement sur des méthodes en "impulsions" c'est-à-dire avec contrôle de la valeur maximale de sollicitation appliquée mais sans réel pilotage de la loi de chargement comme dans les deux cas précédents.

L'hypothèse de comportement viscoélastique linéaire des enrobés bitumineux est utilisée pour décrire de façon fine la réponse temporelle de ces matériaux. On l'utilise, par exemple, pour retrouver par le calcul l'allure des signaux de déformations transversales ou longitudinales mesurées à la base des couches bitumineuses au passage des charges roulantes [Huhtala, 1995], ou lorsque que l'on veut évaluer la dissipation visqueuse liée à l'accumulation des sollicitations.

Dans certains cas, on se contente de l'hypothèse d'élasticité linéaire pour décrire le comportement du matériau. Cette hypothèse est utilisée pour le calcul des contraintes et déformations dans les couches bitumineuses, dans le cadre de la méthode de dimensionnement utilisée en France [Peyronne et al, 1981]. Il faut cependant préciser que le caractère viscoélastique du matériau est pris en compte à travers le choix des valeurs de module pour un couple (fréquence, température) représentatif des conditions moyennes [Guide Technique, 1994].

Enfin l'enrobé est un matériau **thermosusceptible**, caractéristique liée à la présence du liant, dont les propriétés mécaniques dépendent fortement de la température. En effet, à basse température, il présente une rigidité élevée et tend vers un comportement du type fragile. Par contre à haute température sa rigidité chute fortement et l'enrobé présente une déformabilité importante, condition propice à l'orniérage. De plus les résultats expérimentaux montrent que le principe d'équivalence temps-température [Huet, 1963] s'applique aux mélanges bitumineux. Notons cependant que des mélanges avec des bitumes modifiés s'écartent de manière significative de cette propriété [Ramond, 1996].

### **3.3 Généralités sur les différents types d'essais et de sollicitations**

La détermination des propriétés des matériaux à caractère visqueux nécessite de connaître le type d'essais pratiqué ainsi que l'historique du chargement appliqué en fonction du temps.

#### **3.3.1 Types d'essais**

Les essais appliqués aux enrobés bitumineux peuvent être distingués, comme pour la plupart des matériaux du génie civil, suivant deux catégories principales : les essais homogènes et les essais non-homogènes.

Les essais homogènes donnent directement accès aux contraintes et déformations, et par conséquent à la loi de comportement. Les essais non-homogènes demandent de postuler une loi de comportement a priori dont les paramètres sont calculés à partir des résultats expérimentaux, en prenant en compte notamment, la géométrie de l'échantillon. Par conséquent, une hypothèse de comportement assez éloignée de celle du matériau peut introduire une erreur relativement importante sur l'interprétation des résultats expérimentaux.

Ainsi les essais homogènes sembleraient être plus pertinents pour décrire un comportement visco-élastique linéaire, car ils facilitent la détermination des paramètres de comportement ainsi que celle des limites du domaine linéaire.

Cependant, les essais non-homogènes se révèlent performants lorsque le matériau est sollicité dans le domaine visco-élastique linéaire.

#### **3.3.2 Types de sollicitations**

Les sollicitations appliquées lors des essais de caractérisation de matériaux bitumineux appartiennent à trois catégories principales :

- chargements monotones où le temps intervient explicitement (domaine temporel) ;
- chargements sinusoïdaux où l'on tient compte de la fréquence ou de la pulsation (domaine fréquentiel) et pour lesquels le module complexe du matériau est directement déterminé ;
- chargements cycliques non sinusoïdaux, tels que les essais par impulsion, qui requièrent une analyse spécifique.

La diversité des types de chargements impliquent des relations entre les valeurs de module obtenues plus ou moins complexe. Ces expressions reflètent le comportement visco-élastique linéaire du matériau. Les développements théoriques (cf. annexe 1) montrent alors que l'emploi des fonctions de fluage ou de relaxation, ou du module complexe, permet de décrire complètement le comportement visco-élastique linéaire.

### 3.4 Détermination du module dans le domaine fréquentiel – Module complexe ( $E^*(\omega)$ )

#### 3.4.1 Définition du module complexe

La mesure du module complexe,  $E^*$ , est réalisée pour des sollicitations sinusoïdales de fréquences variées, dans le domaine des petites déformations. Dans ces conditions l'enrobé se comporte principalement de façon visco-élastique linéaire, si bien que la réponse du matériau à la sollicitation sinusoïdale est sinusoïdale [Mandel, 1955].

L'écriture complexe associée à ce type d'essai simplifie l'écriture de la loi de comportement visco-élastique linéaire, qui devient alors semblable à une loi de comportement en élasticité.

Considérons une sollicitation du type contrainte imposée de pulsation  $\omega$  :

$$\sigma = \sigma_0 \sin(\omega t).$$

Dans la théorie d'un comportement visco-élastique linéaire la réponse en déformation est alors :

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

où  $\varphi$  est le déphasage de retard de la déformation sur la contrainte.

Le passage par une écriture complexe permet alors d'utiliser une écriture simple entre la contrainte et la déformation uniaxiales et de définir le module complexe  $E^*$  de la façon suivante :

$$\sigma(t) = \text{Im}[\sigma^*(t)] \quad \text{avec} \quad \sigma^*(t) = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t}$$

$$\varepsilon(t) = \text{Im}[\varepsilon^*(t)] \quad \text{avec} \quad \varepsilon^*(t) = \varepsilon_0 \cdot e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$$E^*(t) = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0} e^{-i\varphi} = |E^*| e^{i\varphi}$$

$|E^*|$  est appelé **module de rigidité**.

$\varphi$  est appelé **angle de déphasage** du matériau (il permet l'estimation de l'énergie dissipée dans la matière).

L'analyse du module complexe se fait aussi au travers de l'analyse de sa partie réelle et de sa partie imaginaire :

$$E^* = E_1 + iE_2,$$

où  $E_1$  est appelé **module d'élasticité dynamique** et  $E_2$  est appelé **module de perte**.

En passant à une écriture du comportement tridimensionnel, le module complexe est alors un tenseur d'ordre 4 qui permet de généraliser aux corps viscoélastiques, les lois mécaniques en principe réservées aux seuls corps élastiques.

En particulier dans le cas isotrope on définit  $K^*(\omega)$ , le module de compressibilité dynamique, et  $G^*(\omega)$ , le module en cisaillement.

Sous l'hypothèse d'un comportement viscoélastique linéaire et isotrope, les relations entre ces paramètres de comportement sont les suivantes :

$$K^* = \frac{E^*}{3(1 - 2\nu^*)}$$

$$G^* = \frac{E^*}{2(1 + \nu^*)}$$

avec  $\nu^*$  le coefficient de Poisson complexe.

Dans ces relations,  $v^*$  est a priori un nombre complexe. Cependant, des mesures directes de  $v^*$  à partir de mesures de déformation volumiques sur des essais de module complexe en traction-compression avec ([Charif, 1991]) ou sans pression de confinement ([Doubbaneh, 1995]) tendent à montrer que sa partie imaginaire est très petite. Pour les matériaux bitumineux testés, on peut donc le considérer comme réel. Sa valeur varie entre 0,3 et 0,5 selon la température et la fréquence.

### 3.4.2 Les essais de caractérisation du module

On peut classer les essais de module complexe existant en deux grandes catégories : les essais homogènes et les essais non homogènes. Ils ont été recensés par [Di Benedetto, 1990]. Les essais homogènes permettent d'avoir accès directement aux contraintes et aux déformations ; les essais non homogènes nécessitent la prise en compte de la structure de l'éprouvette (données géométriques) pour le calcul du module du matériau.

De manière générale, pour tous les essais, à partir des valeurs de force  $F$  et déplacement  $D$  appliquées à l'éprouvette et du déphasage  $\varphi$  entre les deux signaux, on peut déterminer le module complexe de l'enrobé bitumineux à l'aide de deux facteurs :

- un facteur de forme  $\gamma$ , dépendant des dimensions de l'éprouvette;
- un facteur de masse  $\mu$  prenant en compte (si nécessaire) les effets d'inertie liés à la masse  $M$  de l'éprouvette en mouvement et à la masse  $m$  de l'équipage mobile (casques de fixation, liaison éprouvette-organe moteur etc.).

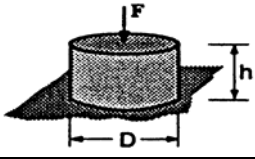
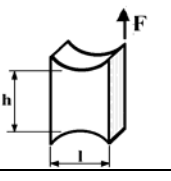
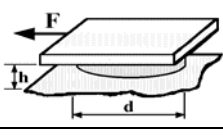
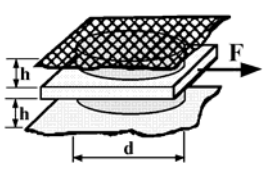
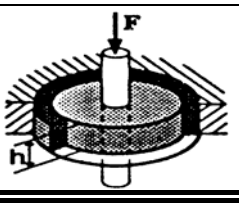
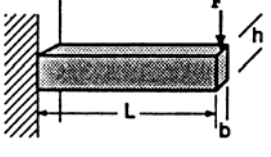
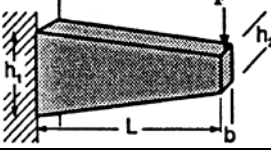
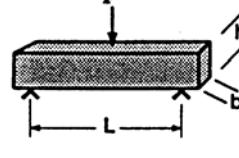
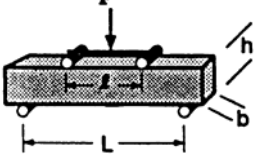
Les parties réelles et imaginaires du module complexe sont alors données par [Huet, 1963] :

$$E_1 = \gamma \left( \frac{F}{D} \cos \varphi + \mu \omega^2 \right)$$

$$E_2 = \gamma \left( \frac{F}{D} \sin \varphi \right)$$

où  $\omega$  est la pulsation.

Le tableau B3.1 regroupe les différents essais existants avec leur schéma de principe, leurs facteurs de "forme" et de "masse" le cas échéant, et les principales références bibliographiques associées. Les références indiquées peuvent concerner à la fois la description faite par les auteurs du principe de l'essai et les résultats obtenus avec le type d'essai cité.

|                            |   | Schéma de principe  | Facteur de forme $\chi(I)$   | Facteur de masse  | Références                          |
|----------------------------|---|---|--|-------------------|-------------------------------------|
| ESSAIS<br>≈<br>HOMOGÈNES   | traction<br>compression<br>(avec ou sans confinement) |    | $\frac{h}{\pi D^2}$  | -                 | [Charif, 1991]<br>[Doubbaneh, 1995] |
|                            | essai de cisson                                       |    | $\frac{l}{h e}$  | -                 | [Assi, 1981]                        |
|                            | Essai de cisaillement à hauteur constante             |    | $\frac{h}{\pi D^2}$  | -                 | [Kennedy et al, 1994]               |
|                            | Shearing Test Machine                                 |    | $\frac{h}{\pi D^2}$  | -                 | [Lempe et al, 1992]                 |
|                            | Co-Axial Shear Test                                   |   | $\frac{\ln\left(\frac{d}{D}\right)}{2\pi h}$   | -                 | [Gübler, 1990]                      |
| ESSAIS<br>NON<br>HOMOGÈNES | Flexion<br>2 points                                   |  | $\frac{4 L^3}{b h^3}$  | $\frac{M}{4} + m$ | [Francken et al, 1994]              |
|                            |   |  | $\frac{12 L^3}{b (h_1 - h_2)^3} \left[ \left( 2 - \frac{h_2}{2 h_1} \right) \cdot \frac{h_2}{h_1} - \frac{3}{2} - \ln \frac{h_2}{h_1} \right]$ | $0,135M + m$      | [Huet, 1963]<br>[Chauvin, 1990]     |
|                            | Flexion<br>3 points                                   |  | $\frac{24 L^3}{\pi^4 b h^3}$   | $0,5 M + m$       | [Myre, 1992]                        |
|                            | Flexion<br>4 points                                   |  | $\frac{2 L^3 - 3 L l^2 + l^3}{8 b h^3}$  | $0,5M + m$        | [Pronk, 1996]                       |

$M$ , masse de l'éprouvette,  $m$ , masse de l'équipage mobile,

(1) dans le cas des essais en cisaillement, le facteur de forme est donné pour le calcul de  $G$ .

Tableau B3.1 : récapitulatif des principaux essais de module complexe existant sur enrobés  
(d'après, [De La Roche, 1996])



### 3.4.3 Analyse des résultats

Les différentes composantes du module complexe varient avec la température et la fréquence de sollicitation, fixées pour chaque essai élémentaire. Les résultats expérimentaux  $|E^*|$ ,  $\varphi$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ , sont usuellement exprimés à l'aide des représentations classiques décrites dans ce qui suit :

#### a - Courbes isothermes

Elles sont obtenues en traçant la norme du module complexe  $|E^*|$  en fonction de la fréquence pour chacune des températures d'essais  $T$ , généralement en coordonnées bi-logarithmiques- (cf. figure B3.2).

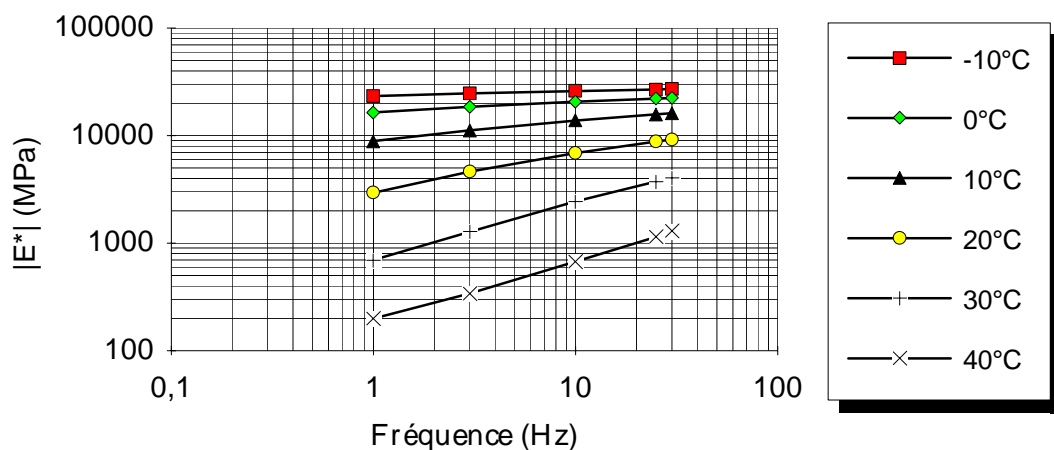


Fig.B3.2 : Isothermes du module complexe [De la Roche, 1996]

Outre les valeurs de module directement utilisables pour les calculs de dimensionnement, la pente des isothermes permet d'estimer la susceptibilité cinétique du matériau bitumineux (c'est-à-dire la variation de module avec la vitesse de la sollicitation).

#### Equivalence fréquence-température

On remarque, à l'examen de ces courbes, qu'une même valeur de module du matériau peut être obtenue pour différents couples (fréquence, température).

Cette propriété est appelée propriété d'équivalence temps-température [William, 1955]. Elle se traduit par l'écriture de  $E^*(\omega, T)$  sous la forme  $E^*(\omega f(T))$ .

Il est possible, en utilisant cette propriété d'équivalence temps-température, de construire une courbe unique ( $\log |E^*|$ ,  $\log F$ ), où  $F$  est la fréquence, pour une température de référence ( $T_R$ ) choisie arbitrairement. Cette courbe est obtenue par translation parallèle à l'axe des fréquences de chaque isotherme par rapport à l'isotherme correspondant à la température de référence jusqu'à superposition des points de même ordonnée.

La courbe ainsi obtenue est appelée courbe maîtresse. Elle permet d'obtenir des valeurs de module pour des fréquences inaccessibles par l'expérimentation (cf. figure B3.3). Elle est généralement déterminée pour une température  $T_R$  de 10°C pour les enrobés (25°C pour les bitumes).

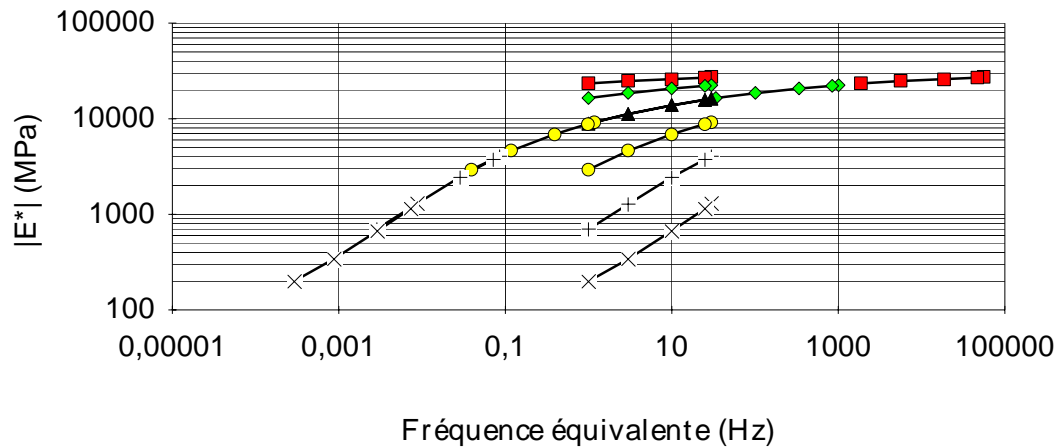


Fig.B3.3 : Exemple de courbe maîtresse

Le coefficient de translation de l'isotherme  $T$  par rapport à l'isotherme  $T_R$  de référence choisie est  $\log a_T$ , tel que  $E^*(\omega, T) = E^*(\omega \cdot a_T, T_R)$  avec  $a_{T_R} = 1$

Plusieurs formules sont proposées pour représenter  $\log a_T$ . Les plus utilisées sont :

- la formule dite de WLF obtenue par [William, 1955] :

$$\log a_T = \frac{-C_1(T - T_R)}{(T - T_R) + C_2}$$

avec  $C_1$  et  $C_2$ , constantes dépendant du matériau;

$T$  et  $T_R$ , températures exprimées en °K.

- une équation de type Arrhénius :  $\log a_T = \frac{\delta H}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_R} \right)$

avec  $\delta H$ , énergie apparente d'activation caractérisant le matériau;

$R$ , constante des gaz parfaits;

$T$  et  $T_R$ , températures exprimées en °K.

A partir de la construction des courbes maîtresses sur un grand nombre de résultats expérimentaux provenant de différents types d'essais, Francken [1996], conclut à la meilleure adéquation de la loi d'Arrhénius pour  $\log(a_T)$  pour les enrobés.

### b - Courbes isochrones

Il s'agit du même type de représentation que précédemment toujours exprimée en coordonnées semi-logarithmiques en inversant les paramètres fréquence et température (cf. figure B3.4).

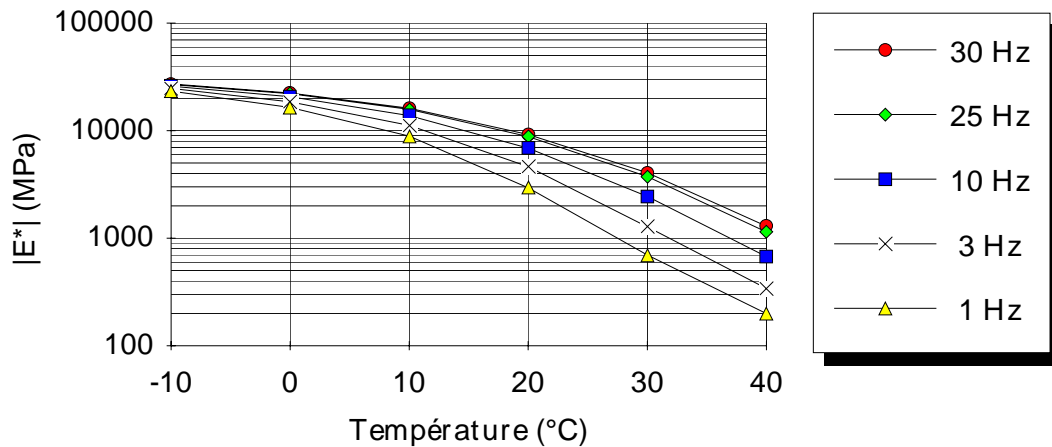


Fig.B3.4 : Isochrones du module complexe

A l'instar des courbes isothermes, cette représentation permet cette fois d'estimer la susceptibilité thermique de l'enrobé bitumineux (variation du module pour une variation de température).

### c - Courbe dans le plan de Cole et Cole [1941]

Cette représentation consiste à porter la partie réelle du module complexe  $E_1$  en abscisse et la partie imaginaire  $E_2$  en ordonnée (cf. figure B3.5).

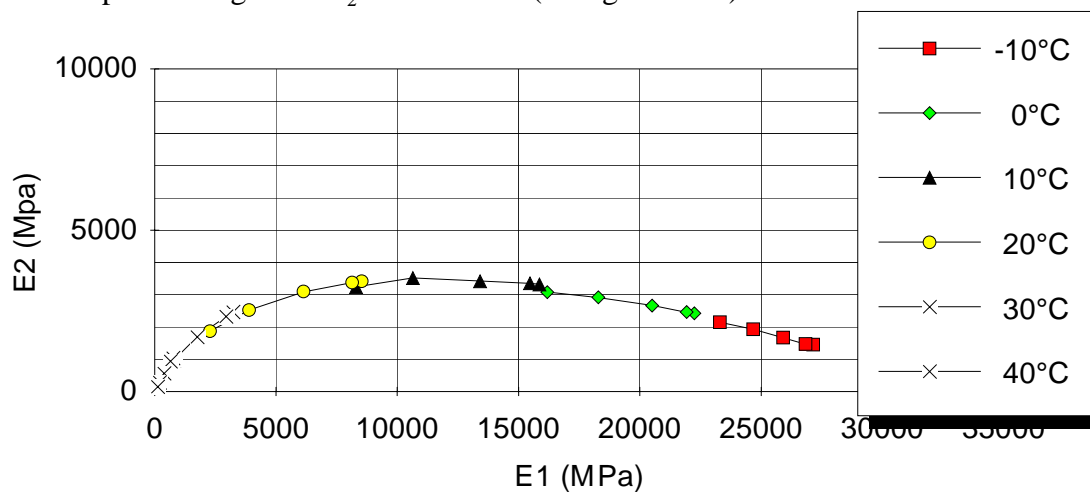


Fig.B3.5 : Exemple de courbe de module complexe dans le plan de Cole et Cole (essai en flexion 2 points)

Cette courbe est caractéristique du matériau étudié. Elle peut être utilisée pour caler un modèle de comportement rhéologique. Cependant, elle n'est pas très précise pour les faibles valeurs de module. Pour effectuer le calage pour les faibles valeurs de module, on utilisera la représentation dans l'espace de Black.

### d - Courbe dans l'espace de Black

Cette représentation consiste à tracer le logarithme de la norme du module complexe  $|E^*|$  en fonction de l'angle de phase correspondant (cf figure B3.6). Une des particularités de cette représentation pour les enrobés consiste à placer l'abscisse (à savoir l'angle de phase) à gauche de l'axe des ordonnées, croissant de droite à gauche.

Lorsque le matériau obéit au principe d'équivalence temps-température, les points expérimentaux permettent de définir une courbe unique, caractéristique du matériau testé.

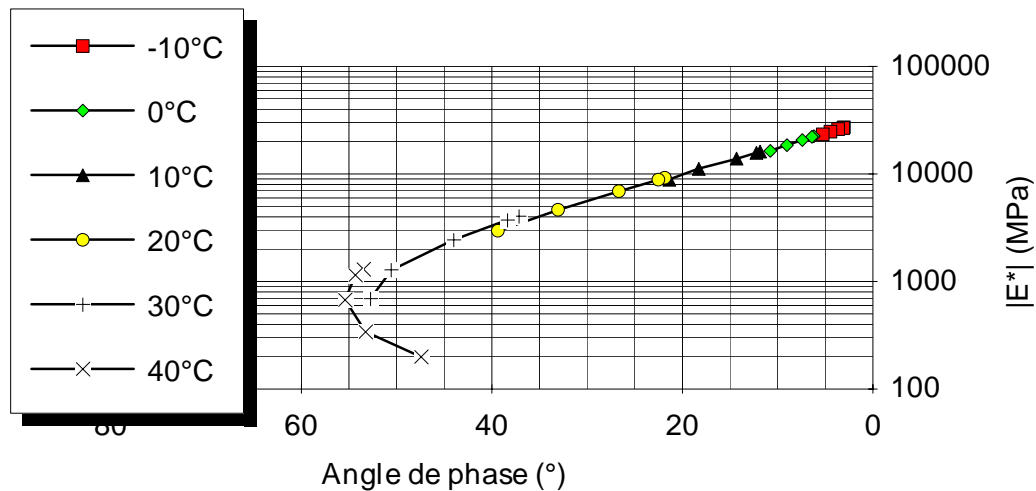


Fig.B3.6 : Exemple de courbe de module complexe dans l'espace de Black (essai en flexion 2 points)

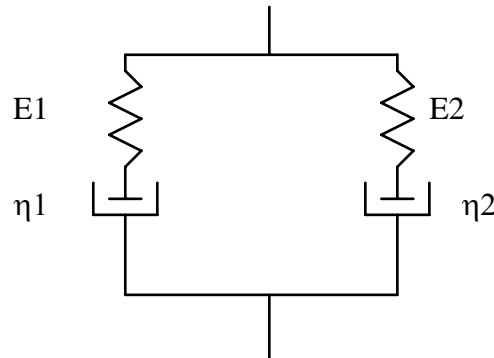
Cette courbe permet de visualiser la zone des modules faibles et en particulier la diminution d'angle de phase pour les hautes températures. Ce phénomène est lié à la présence des granulats dans le mélange : généralement, pour les bitumes purs, l'angle de phase augmente de façon continue ou tend vers une asymptote avec l'augmentation de température.

### 3.5 Modèles rhéologiques analogiques visco-élastiques linéaires

De nombreux modèles rhéologiques sont utilisés pour essayer de rendre compte du comportement des enrobés bitumineux. Les deux modèles simples de Maxwell et Kelvin-Voigt qui sont bien connus mais ne permettent pas de décrire correctement le comportement des enrobés bitumineux ne sont pas exposés ici.

#### 3.5.1 Modèle de Burger

Ce modèle rhéologique simple est constitué de deux modèles de Maxwell en parallèle (cf. figure B3.7):



*Fig.B3.7 : Modèle de Burger*

Le module complexe associé à ce modèle est donné par :

$$E^*(\omega) = \frac{E_1}{1 + \left(i\omega \frac{h_1}{E_1}\right)^{-1}} + \frac{E_2}{1 + \left(i\omega \frac{h_2}{E_2}\right)^{-1}}$$

Selon [Huhtala, 1995], le modèle de Burger rend globalement bien compte du comportement viscoélastique des enrobés bitumineux. Cependant le calage avec des valeurs expérimentales n'est pas satisfaisant sur toute la gamme de fréquence habituellement employée.

#### 3.5.2 Modèles de Maxwell généralisés

Ces modèles permettent de décrire de façon satisfaisante le comportement des enrobés bitumineux pourvu qu'un nombre suffisant de paramètres soit utilisé [Eurobitume, 1996]. Ils présentent notamment l'avantage d'être plus aisément implantés dans des codes de calculs, au contraire des modèles utilisant une loi de comportement fondée sur le produit de convolution (cf. annexe 1). En effet, ces derniers demandent de garder en mémoire l'historique des contraintes et déformations depuis le temps initial.

#### 3.5.3 Modèle de Huet [1963]

Le modèle d'Huet est un modèle rhéologique à 4 paramètres qui associe en série un ressort de raideur  $E_{inf}$  et deux amortisseurs à lois de fluage paraboliques de paramètres  $h$  et  $k$  de la forme  $f(t) = at^h$ , et  $f(t) = bt^k$  (cf. figure B3.8).

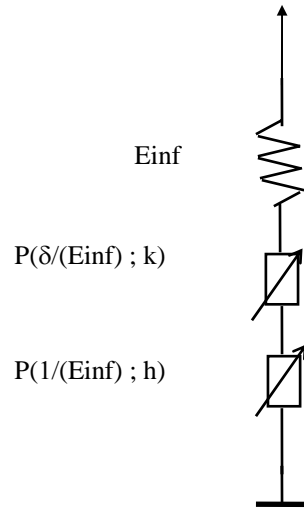


Fig.B3.8: Représentation du modèle de Huet [1963]

On note  $P(r;s)$  un élément simple dont la fonction de fluage est :

$$F(t) = \frac{r}{\Gamma(s+1)} t^s ,$$

et  $\Gamma(n)$  représente la fonction d'Euler de deuxième espèce :

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} t^{n-1} e^{-t} dt ,$$

$\Gamma(n+1) = n \Gamma(n)$  pour  $n \in \mathbb{R}^*_+$  et  $\Gamma(n+1) = n!$  pour  $n \in \mathbb{N}$ .

Soient  $F(t,a(\theta))$  la fonction de fluage du modèle, et  $E^*(\omega)$  son module complexe, alors d'après (1) et (2) :

$$(1) \quad F(t,a(\theta)) = \frac{1}{E_{\text{inf}}} \left[ 1 + \left( \frac{t}{a(\theta)} \right)^k \frac{\delta}{\Gamma(k+1)} + \left( \frac{t}{a(\theta)} \right)^h \frac{1}{\Gamma(h+1)} \right]$$

où  $\omega$  est la pulsation de la sollicitation,  $a(\theta)$  est le coefficient traduisant l'équivalence temps/température issu de l'équation d'Arrhénius :

$$a(\theta) = \exp ( A_0 + A_1 \theta + A_2 \theta^2 )$$

avec  $\theta$ , la température, et  $A_i$  des coefficients intrinsèques au matériau étudié.

$$(2) \quad E^*(\omega) = \frac{E_{\text{inf}}}{1 + \delta (i\omega a(\theta))^{-k} + (i\omega a(\theta))^{-h}} ,$$

où :

- $h, k, \delta$ , les paramètres des éléments paraboliques du modèle, ils vérifient pour les bitumes et enrobés  $0 < k < h < 1$  ;
- $E_{inf}$ , le module instantané du modèle, obtenu lorsque  $\omega\tau$  tend vers l'infini, soit pour les fréquences élevées ou les températures basses.

L'identification de ce modèle a été effectuée à l'aide de la représentation du module complexe dans le plan de Cole et Cole, par analogie avec les travaux de ces auteurs sur les variations de la constante diélectrique d'un corps en fonction de la fréquence.

L'ajustement des quatre paramètres  $h, k, \delta$  et  $E_{inf}$  du modèle pour un enrobé donné peut se faire graphiquement de manière à obtenir le meilleur calage possible avec les résultats expérimentaux. Dans le plan de Cole et Cole, les paramètres  $h$  et  $k$  peuvent être obtenus par la mesure de l'angle de la courbe avec l'axe réel à l'origine et pour  $E_1=E_{inf}$  [Huet, 1963] (cf. figure B3.9).

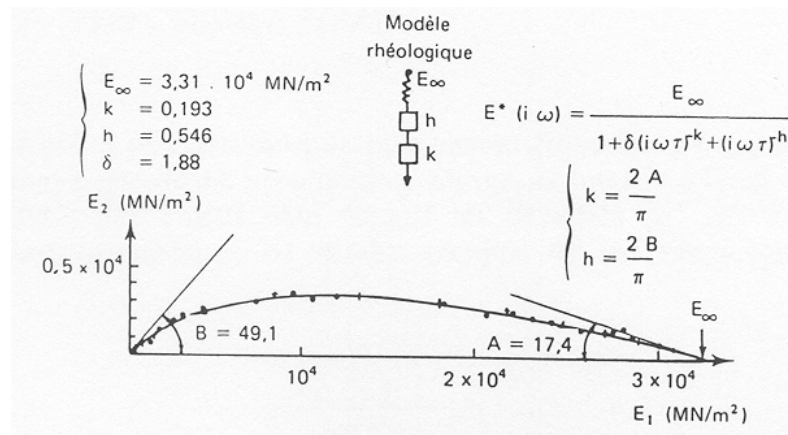


Fig.B3.9 : Détermination graphique des paramètres  $h$  et  $k$  du modèle d'Huet dans le plan de Cole et Cole.

La détermination, à partir de ce modèle, de l'évolution du module complexe avec la température se fait en déterminant la loi de variation de  $\tau$  avec la température. Huet propose une loi de type Arrhénius.

Si le modèle permet un très bon ajustement dans le plan de Cole et Cole, la précision de cette représentation est mauvaise pour les faibles modules. La représentation dans l'espace de Black ( $|E^*|$  en fonction de  $\phi$ ) permet de mieux comparer valeurs expérimentales et valeurs issues du modèle pour les faibles valeurs de module (cf. figure B3.10).

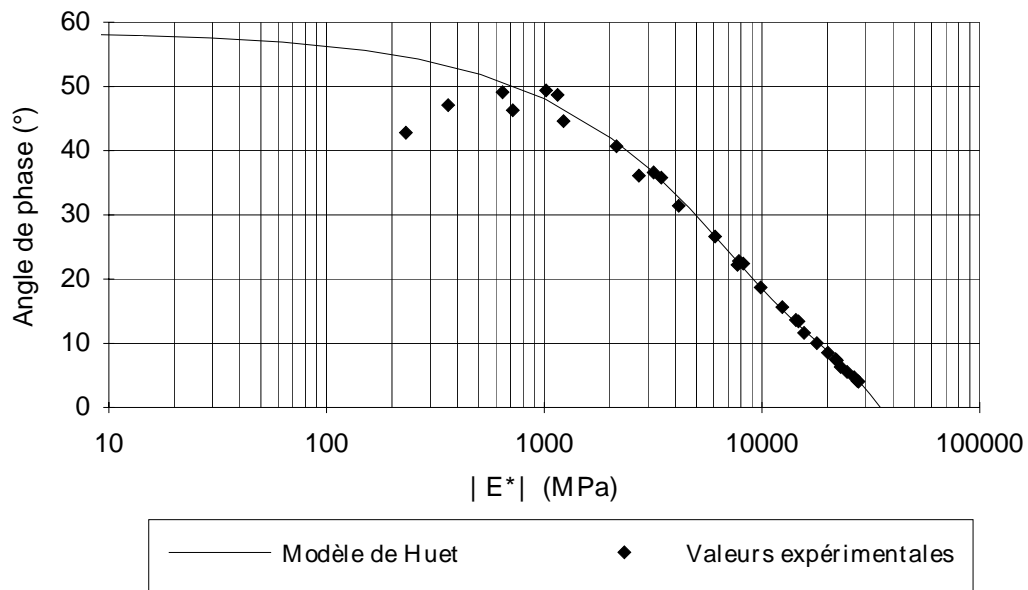


Fig.B3.10 : Calage du module complexe selon le modèle de Huet dans l'espace de Black.

### 3.5.4 Modèle de Huet - Sayegh [1965]

Le calage n'étant pas satisfaisant aux basses fréquences pour lesquelles les enrobés bitumineux possèdent un module statique, le modèle d'Huet a été adapté par Sayegh [1965] par l'ajout d'un ressort en parallèle de très faible rigidité,  $E_0$ , comparée à  $E_{inf}$  (cf. figure B3.11), permettant de rendre compte de ce comportement.

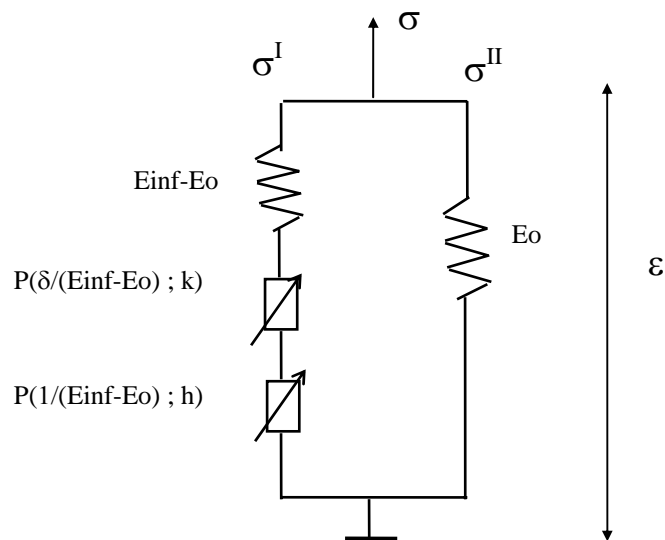


Fig.B3.11 : schéma du modèle unidimensionnel de Huet-Sayegh



Ce modèle permet notamment de retrouver le comportement de l'enrobé aux basses fréquences (cf. figure B3.12).

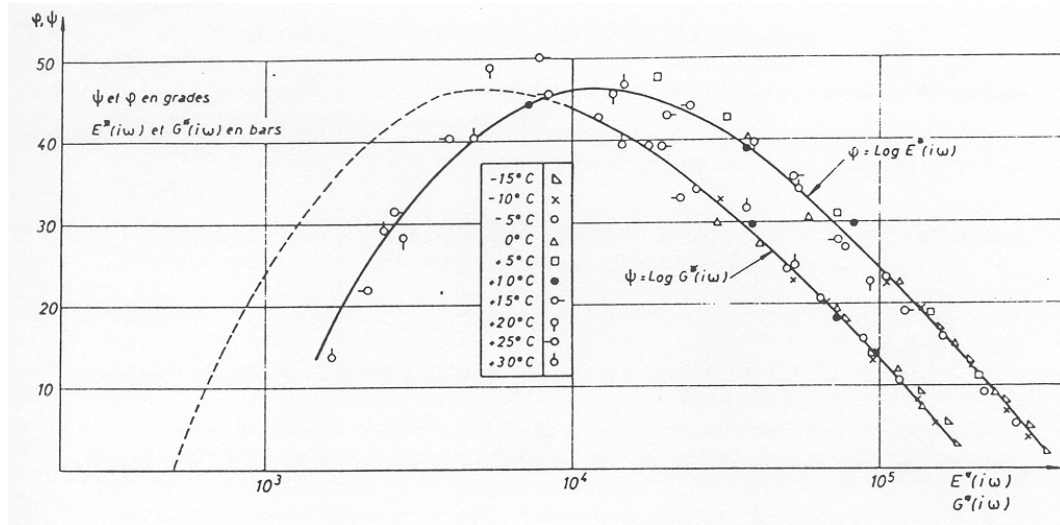


Fig.B3.12 : Module complexe dans l'espace de Black (d'après [Sayegh, 1965])

Ce modèle rhéologique comporte deux branches parallèles notées I et II. La branche I comporte un ressort en série avec deux amortisseurs paraboliques, la branche II comprend un ressort.

Soient  $F(t, a(\theta))$  la fonction de fluage de la branche I et  $E^*(\omega)$  le module complexe du modèle, alors par analogie avec (1) et (2) :

$$(3) \quad F(t, a(\theta)) = \frac{1}{E_{\text{inf}} - E_0} \left[ 1 + \left( \frac{t}{a(\theta)} \right)^k \frac{\delta}{\Gamma(k+1)} + \left( \frac{t}{a(\theta)} \right)^h \frac{1}{\Gamma(h+1)} \right]$$

où  $\omega$  est la pulsation de la sollicitation,  $a(\theta)$  est le coefficient traduisant l'équivalence temps/température issu de l'équation d'Arrhénius :

$$a(\theta) = \exp (A_0 + A_1 \theta + A_2 \theta^2)$$

avec  $\theta$ , la température, et  $A_i$  des coefficients intrinsèques au matériau étudié.

$$(4) \quad E^*(\omega) = E_0 + \frac{E_{\text{inf}} - E_0}{1 + \delta (i\omega a(\theta))^{-k} + (i\omega a(\theta))^{-h}},$$

où le module complexe et la fonction de fluage sont liés via la transformée de Laplace-Carson de  $F(t)$  :  $i\omega \int_0^\infty F(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{E^*(\omega) - E_0}$

### 3.6 Conclusion

Les caractéristiques mécaniques des enrobés bitumineux dans le domaine visco-élastique linéaire montrent une forte dépendance en fonction de :

- la formulation du mélange ;
- les paramètres environnementaux (température, vieillissement,...) ;
- les paramètres de chargement mécanique (vitesse de sollicitation, fréquence,...).

Il importe alors de déterminer avec justesse ces caractéristiques pour la modélisation ultérieure du comportement à la fatigue de ce matériau hétérogène.

Malgré les écarts observés entre certaines méthodes expérimentales (e.g. entre flexion et traction-compression [Aguirre, 1981], entre flexion et cisaillement [De La Roche, 1996]), on est capable en général non seulement de déterminer avec fiabilité ces caractéristiques mécaniques [Francken, 1996], [De La Roche, 1994 a], mais aussi de proposer un modèle visco-élastique linéaire, le modèle de Huet-Sayegh, qui rend compte de ces résultats dans la gamme de températures et de fréquences testées.

Devant la pertinence de ce modèle dans le domaine fréquentiel et temporel, nous choisissons de l'utiliser dans la modélisation structurelle présentée dans la partie D. Les paramètres du modèle, pour le matériau traité en partie C, sont identifiés à partir des essais de module complexe en flexion deux points, réalisés au LRPC de Bordeaux.

## **4 Caractérisation expérimentale de la fatigue des enrobés bitumineux**

### **4.1 Généralités**

#### **4.1.1 Historique - Courbe de Wöhler**

Le phénomène de fatigue d'un matériau se caractérise par sa rupture après application répétée d'un grand nombre de sollicitations (en pratique  $N > 10^4$ ) dont l'amplitude est inférieure à celle conduisant à la rupture au premier chargement.

Ce phénomène se rencontre fréquemment dans de nombreux domaines industriels qui mettent en jeu des sollicitations cycliques :

- sollicitation par flexion alternée d'une pièce tournante (essieu) ;
- sollicitation par vibrations (avions, ouvrages d'art) ;
- sollicitation de la carlingue des avions par les cycles de pressurisation, dépressurisation à chaque vol.

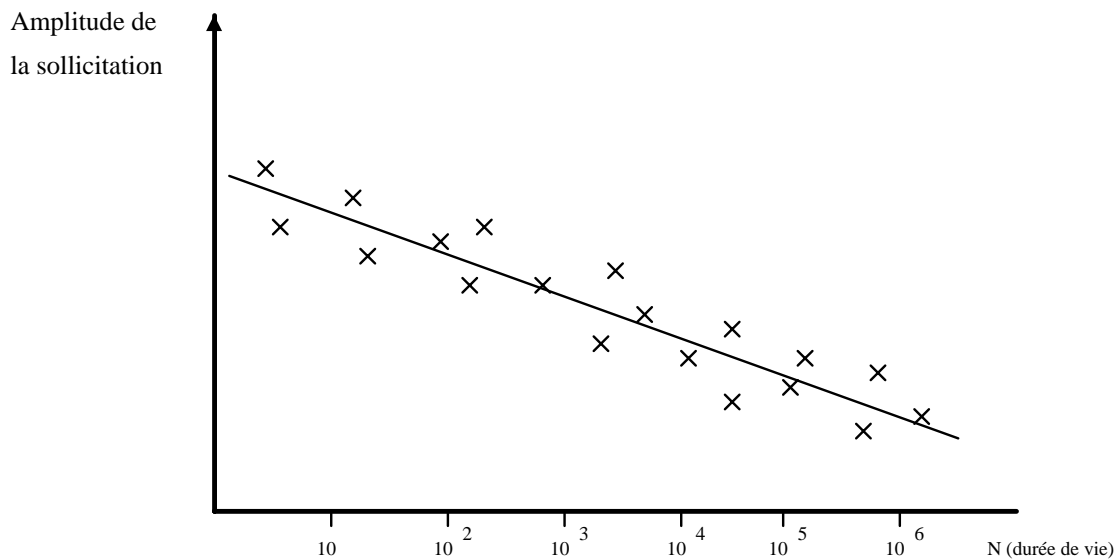
Les premières études fondamentales du phénomène de fatigue en laboratoire ont été entreprises en 1852 par Wöhler sur les métaux. A l'heure actuelle, ce sont les matériaux pour lesquels on dispose des connaissances les plus étendues sur ce sujet [Brand, 1992], [Fatemi, 1998] mais la fatigue des bétons, des matériaux routiers [Doan, 1970] et plus généralement d'un grand nombre de matériaux composites ont également fait l'objet de nombreuses études.

L'essai classique, permettant de caractériser le phénomène de fatigue consiste à soumettre une éprouvette de matériau à étudier à des sollicitations répétées et à noter le nombre de cycles entraînant la rupture de l'éprouvette.

La courbe représentant la durée de vie de l'éprouvette, en fonction de l'amplitude de la sollicitation appliquée  $S$  est appelée courbe de Wöhler du matériau (cf. figure B4.1). Cette courbe est habituellement caractérisée par l'une ou l'autre des relations suivantes :

$S = A N^{-b}$  : la courbe est alors une droite en coordonnées logarithmiques, ou

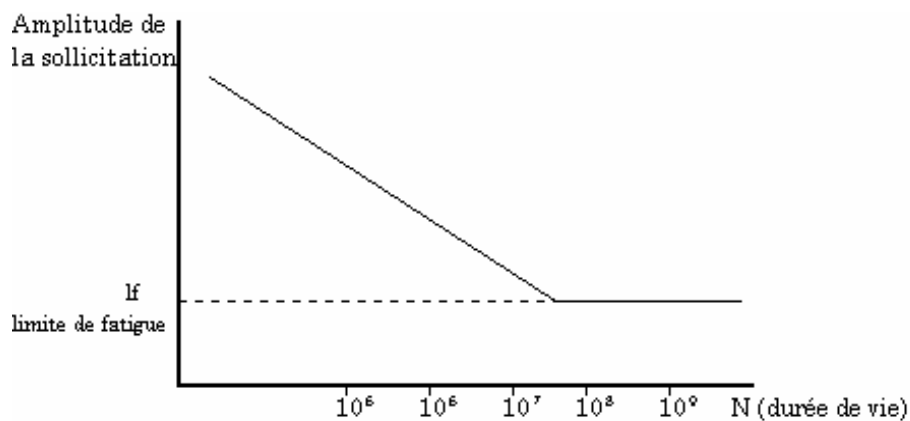
$S = \alpha - \beta \log(N)$  : la courbe est alors une droite en repère semi-logarithmique.



*Fig.B4.1 : Courbe de Wöhler type*  
*Amplitude de la sollicitation en fonction du nombre de sollicitations*

On appelle résistance à la fatigue pour  $N$  cycles de sollicitation, la valeur de la sollicitation conduisant à la rupture pour  $N$  cycles.

Pour certains matériaux, le phénomène suivant peut être observé : au-dessous d'un certain seuil de sollicitation, on peut appliquer la sollicitation un nombre infini de fois ou expérimentalement très grand, sans observer de rupture de l'éprouvette. Cette valeur limite de l'amplitude de sollicitation est appelée limite de fatigue ou limite d'endurance du matériau (cf. figure B4.2). C'est le cas pour les métaux pour lesquels la limite d'endurance est comprise entre 0,3 à 0,6 fois la résistance à la rupture au premier chargement [Brand, 1992]. Pour les matériaux bitumineux, aucune limite d'endurance ne semble avoir été mise en évidence à ce jour.



*Fig.B4.2 : Limite de fatigue ou d'endurance*

#### 4.1.2 Dispersion des durées de vie

Dans la réalité, les essais de fatigue donnent des résultats dispersés. Cela est dû à l'hétérogénéité du matériau et au phénomène de fatigue lui-même. Si on répète plusieurs fois

le même essai de fatigue sur des éprouvettes identiques, le nombre de cycles à la rupture peut varier dans un rapport de 1 à 10 entre la plus faible et la plus forte des durées de vie pour les métaux [Brand, 1992]. Ce rapport, qui pouvait atteindre 1 à 30 pour les matériaux bitumineux dans les années 80 [Soliman, 1976], est maintenant plus proche de 1 à 10 grâce aux améliorations apportées aux équipements expérimentaux de contrôle et de mesure [Francken, 1996 b]. Il peut atteindre 1 à 1000 pour certains matériaux traités aux liants hydrauliques.

Il faut donc effectuer un grand nombre de répétitions pour obtenir un ensemble de valeurs de nombre de cycles représentatif du phénomène réel. En pratique, on effectue plusieurs répétitions pour un niveau de sollicitation donné. On caractérise la loi de distribution de ces durées de vie par une loi log-normale, faisant intervenir une moyenne et un écart type caractéristiques de la dispersion.

La durée de vie ou résistance à la fatigue est obtenue de manière statistique par l'intermédiaire d'une régression linéaire entre les valeurs de sollicitations appliquées et les durée de vie correspondantes.

## 4.2 Les essais de fatigue en laboratoire

Les essais de fatigue que nous décrivons dans ce paragraphe ont été mis au point pour obtenir des valeurs à entrer dans les méthodes de dimensionnement. On peut mettre à profit la multitude d'essais réalisés pour essayer de mieux comprendre le phénomène de fatigue lui-même dans les enrobés bitumineux.

### 4.2.1 Introduction

Pour simuler le comportement d'une couche de chaussée en fatigue, plusieurs approches sont possibles. On peut reproduire son comportement réel, en soumettant régulièrement une chaussée expérimentale à des charges de trafic en grandeur réelle (essais AASHO [Highway Research Board, 1966] ou manège de fatigue du L.C.P.C. Centre de Nantes par exemple).

Une seconde méthode consiste à simuler son comportement mécanique en laboratoire et à imposer à une éprouvette de matériau des sollicitations répétées. Nous ne nous intéresserons dans la suite qu'aux essais de laboratoire.

On peut distinguer trois grands types d'essais différents :

- les essais de flexion (2, 3 ou 4 points) ;
- les essais de traction ;
- les essais de cisaillement.

Les essais de flexion visent à représenter les efforts répétés de traction par flexion provoqués dans la chaussée par le passage de véhicules. Les essais de traction ont pour but de représenter directement les efforts de traction engendrés à la base de la chaussée par cette flexion. Enfin, les essais de cisaillement ont été mis au point pour représenter les efforts de cisaillement engendrés dans les couches de surface des chaussées [Assi, 1981], ces essais permettent également d'obtenir des états de contraintes homogènes dans l'éprouvette, à la différence des essais de flexion [Stéfani, 1993].

Une classification en deux grandes catégories : essais homogènes et non homogènes, comme proposée par [Di Benedetto, 1990], apparaît comme la plus adaptée pour une interprétation dans le cadre de la mécanique des milieux continus.

Les différents types d'essais existant sont regroupés sur le schéma de la figure B4.3.

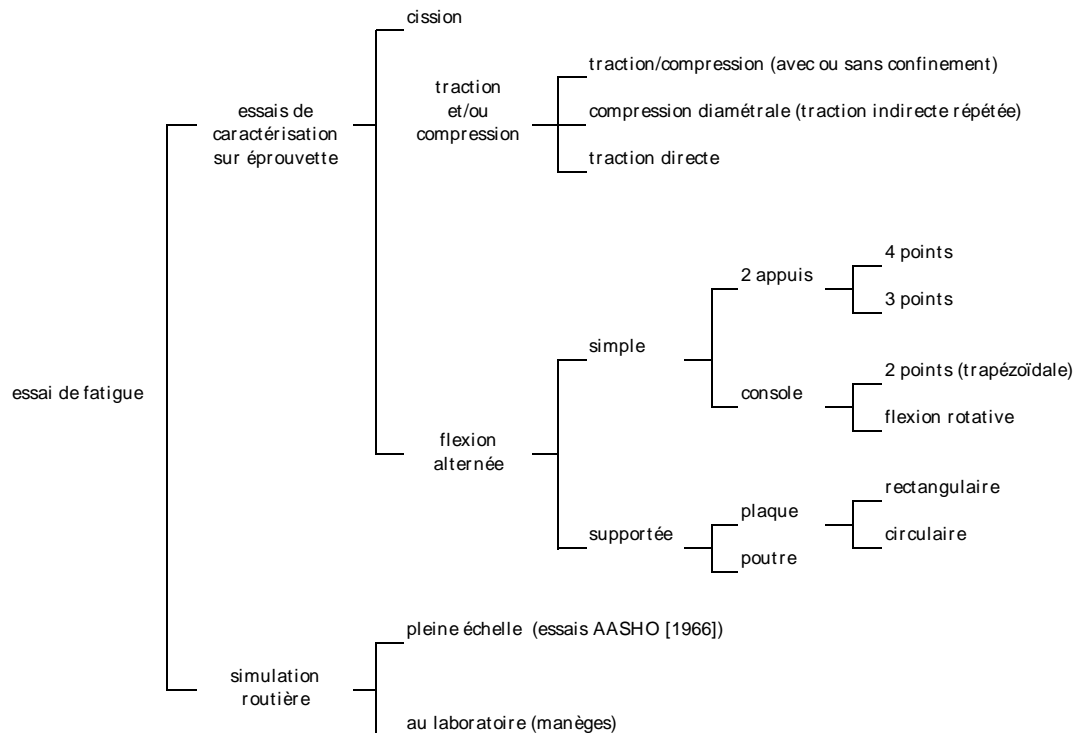


Fig.B4.3 : Les différents types d'essais de fatigue sur enrobés (d'après [Ashayer Soltani, 1993]).

## 4.2.2 Type de chargement

### a - Allure des cycles de sollicitation

L'allure des déformations longitudinales et transversales réelles fournies par des jauges collées à la base d'une couche bitumineuse posée sur la grave reconstituée humidifiée (GRH) au passage d'un jumelage lors d'une expérimentation sur le manège de fatigue du LCPC [De La Roche, 1993] est présentée en figure B4.4.

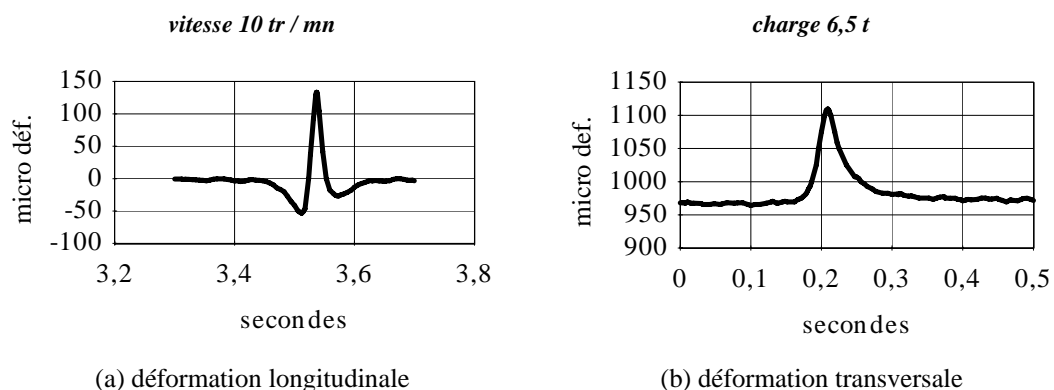
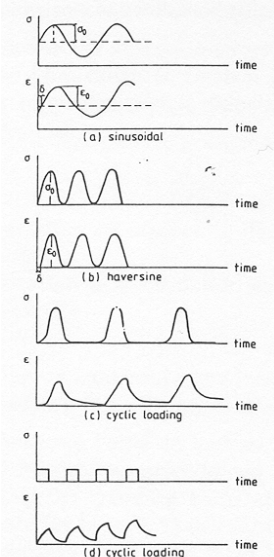


Fig.B4.4 : Allure des signaux des déformations longitudinale (a) et transversale (b) sous l'effet du passage d'un essieu isolé (base de la couche bitumineuse, traction dans le sens positif)

Bien que des tentatives pour simuler en laboratoire des conditions de chargement réalistes et aléatoires aient été effectuées [Francken, 1979], la plupart du temps, les cycles de sollicitations appliqués sont périodiques et ne tiennent pas compte des variations d'amplitude ou de fréquence observées sur chaussées réelles. Les principales formes de signaux en contrainte utilisés pour les essais de fatigue sont reprises en figure B4.5.



*Fig.B4.5 : Allure des cycles de sollicitation utilisés pour les essais de fatigue d'après [Saïd, 1988]*

Si certains auteurs considèrent que la forme de la sollicitation cyclique appliquée a peu d'influence sur la durée de vie des matériaux [Raithby, 1972], d'autres considèrent qu'elle est très importante pour l'analyse des résultats des essais de fatigue surtout à travers l'influence de la vitesse d'application de la charge sur le module complexe [Saïd, 1988].

En fait, dans un souci de simplification et de maîtrise d'essai, la plupart des essais de laboratoire sont réalisés avec des sollicitations sinusoïdales avec ou sans temps de repos. Il s'agit d'un compromis entre simplicité de mise en œuvre et d'exploitation et reproduction de la réalité. C'est dans le cadre le plus courant des sollicitations sinusoïdales continues que nous allons nous placer dans la suite de ce paragraphe 4.2.

### **b - Nature du paramètre imposé**

La question s'est posée de savoir s'il fallait maintenir constant la force ou le déplacement en cours d'essai.

**Du point de vue des chaussées**, la sollicitation considérée comme constante, alors que se développe l'endommagement de la chaussée, dépend de l'épaisseur des couches et de leurs rigidités relatives. Généralement, on considère que [Doan, 1977] :

- une chaussée mince (< 6 cm) est sollicitée à déformation constante (c'est la déformation de la couche inférieure plus souple qui pilote celle de la couche supérieure);
- une chaussée bitumineuse épaisse (> 15 cm) est sollicitée à contrainte constante;
- une chaussée d'épaisseur moyenne est sollicitée selon un mode intermédiaire.

Une façon simple de préciser ces affirmations est d'utiliser la notion de "Mode Factor" (M.F.), introduit par Monismith et Deacon [Myre, 1992]. M.F. est défini pour une



couche donnée en considérant une réduction arbitraire de la valeur de module de C% de cette couche, par :

$$MF = \frac{(A - B)}{(A + B)}$$

avec :

A, pourcentage de variation de contrainte dans la couche considérée due à une baisse de module de C% ;

B, pourcentage de variation de déformation dans la couche considérée due à une baisse de module de C%.

Alors, par définition,

M.F. = -1 pour un comportement à contrainte constante;

M.F. = +1 pour un comportement à déformation constante.

Le calcul de ce "Mode Factor" à l'aide du logiciel Alizé<sup>1</sup>, pour une structure de chaussée souple confirme les hypothèses précédentes à savoir que plus la chaussée est rigide par rapport au support (module élevé et/ou épaisseur forte) plus on travaille à contrainte constante (M.F. < 0). Cependant les valeurs trouvées pour les chaussées classiques sont proches de 0 (-0,5 < M.F. < 0,5), ce qui indique un comportement intermédiaire [Odéon, 1996].

**En laboratoire**, deux types de chargement extrêmes sont utilisés dans les expériences de fatigue :

- soit des sollicitations sinusoïdales en force : contrôle de force (ou de contrainte si l'essai est homogène) ;
- soit des sollicitations sinusoïdales en déplacement : contrôle de déplacement (ou de déformation si l'essai est homogène).

La plupart du temps, dans la littérature, les essais de fatigue sont abusivement dénommés "à contrainte imposée" ou "à déformation imposée" même dans le cas d'essais non homogènes, ce qui donne un aspect local aux lois de fatigue trouvées alors que ces dernières sont liées à la structure de l'éprouvette testée.

#### **4.2.3 Fréquence et température.**

Le phénomène de fatigue est considéré comme le phénomène prépondérant à température "moyenne" dans les structures de chaussées. Les essais de fatigue en laboratoire sont généralement réalisés pour des températures fixées entre 0 et 20°C. En France, la température d'essai utilisée classiquement est de 10 °C.

La fréquence retenue pour les essais est en général un compromis entre les possibilités de l'équipement utilisé et la durée de l'essai, plus qu'un paramètre représentatif des conditions réelles de chargement des chaussées, qui en tout état de cause ne sont pas sinusoïdales et varient en temps de sollicitation selon la vitesse de passage des véhicules et les rigidités relatives des différentes couches de la chaussée.

Les fréquences habituellement utilisées sont situées dans la gamme (10 Hz, 40 Hz).

---

<sup>1</sup> logiciel de calcul des contraintes et déformations à la base des couches, basé sur le modèle de Burmister et utilisé dans la méthode française de dimensionnement

#### **4.2.4 Essais continus et discontinus**

Dans le but de mieux représenter les sollicitations in situ, des essais avec temps de repos ont été mis au point dans de nombreux laboratoires. Deux types d'essais ont pu être pratiqués sur différentes géométries d'éprouvettes :

- des essais avec salves de sollicitation qui alternent périodes de sollicitation continue et périodes de repos ;
- des essais en impulsions (ou intermittents) pour lesquels chaque cycle de sollicitation est suivi d'un temps de repos.

Les différentes études réalisées sur ce sujet conduisent aux conclusions suivantes :

- une augmentation de durée de vie entre les essais continus et discontinus avec une influence de la température d'essai et de la durée du temps de repos [Bonnaure, 1983] ;
- plus l'éprouvette subit de dommage avant le repos, moins elle récupère pendant le repos ;
- le gain semble d'autant plus important que la température est élevée [Raithby, 1972] [Verstraeten, 1976] ou que le temps de repos est grand [Doan, 1977].

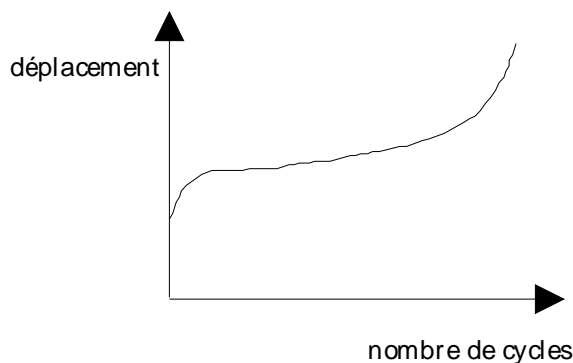
Pour les études faites avec des chargements intermittents, plusieurs résultats montrent qu'au delà d'une certaine limite, l'allongement des périodes de repos n'augmente plus la durée de vie. On considère souvent qu'un coefficient de dix entre les durées des périodes de repos et des périodes de sollicitations correspond à un gain optimal de durée de vie [Bazin, 1967], [Bonnaure, 1983], [Al Balbissi, 1990], [Rivière, 1996].

Le liant joue un rôle essentiel puisque l'on suppose que c'est son caractère collant qui induit la cicatrisation. Si le module du bitume est élevé, les périodes de repos ont peu d'effet. Si le module du bitume est faible, l'auto réparation augmente avec la durée des périodes de repos.

### 4.3 Analyse classique des résultats expérimentaux

#### 4.3.1 Critère de rupture.

Quelque soit le mode choisi, durant l'essai la raideur de l'éprouvette diminue par les dommages de fatigue. Dans le cas où l'amplitude de la force est maintenue constante en cours d'essai, l'amplitude de déplacement augmente avec le nombre de cycles de sollicitation jusqu'à la rupture de l'éprouvette (cf. figure B4.6). Dans le cas où l'amplitude de déplacement est maintenue constante, l'amplitude de la force décroît en cours d'essai jusqu'à devenir quasiment nulle (cf. figure B4.7).



FigB4.6 : Evolution du déplacement dans un essai à force constante constant

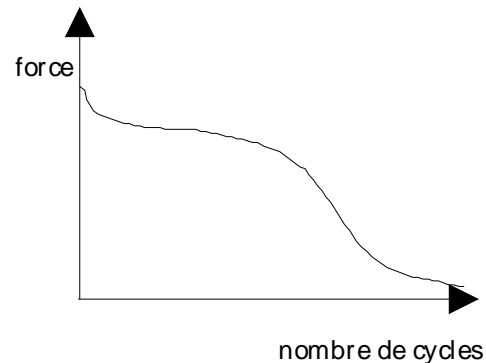


Fig.B4.7 : Evolution de la force dans un essai à déplacement constant

Un **critère arbitraire** de durée de vie en fatigue des éprouvettes a été défini, il correspond à **la chute de moitié de la raideur** de l'éprouvette soit :

$Force_{finale} = 1/2 \text{ Force}_{initiale}$  pour les essais à déplacement imposé;

$Déplacement_{final} = 2 \text{ Déplacement}_{initial}$  pour les essais à force imposée.

Il est à noter que les sollicitations appliquées lors d'essais en contrôle de force et d'essais en contrôle de déplacement sont très différentes même si le premier cycle est identique en amplitude de force et de déplacement ( $F_0, D_0$ ). En effet, le cycle de rupture pour un essai en contrôle de force est caractérisé par le couple  $(F_0, 2D_0)$  et celui en contrôle de déplacement par le couple  $(F_0/2, D_0)$ .

Pour les essais à force constante, les durées de vie définies par une rupture complète de l'éprouvette diffèrent peu de celles définies par la réduction de moitié du module de rigidité de l'éprouvette [Doan, 1977], ceci étant d'autant plus vérifié que la température est basse. Par contre, pour les essais en contrôle de déplacement, ce critère est arbitraire vis-à-vis de la rupture réelle de l'éprouvette.

Ces constats expliquent en partie les différences de comportement observées entre les deux modes de sollicitation.

Soulignons que jusqu'à présent, aucune analyse rationnelle n'a permis d'obtenir les résultats d'un mode en considérant ceux de l'autre mode. Autrement dit, on ne possède pas encore de loi intrinsèque de fatigue. En outre, les classements qualitatifs de résistance en fatigue des matériaux à partir des essais ne sont pas toujours retrouvés sur chaussées [De La Roche, 1997].

Ces dernières remarques montrent les limitations et faiblesses de l'approche classique. Cependant, cette approche est celle qui a été le plus utilisée et étudiée, c'est donc celle pour laquelle on possède le plus grand nombre de résultats expérimentaux et d'études d'influence des différents paramètres d'essai et de composition du matériau.

#### 4.3.2 Exploitation des résultats

Dans le cas de sollicitations sinusoïdales, chaque essai individuel permet de définir un couple (S, N) avec S amplitude du niveau de la sollicitation appliquée et N durée de vie de l'éprouvette à ce niveau de sollicitation.

Différents essais menés pour un même matériau à différents niveaux de sollicitation permettent de tracer la droite de fatigue de type Wöhler :  $N = f(S)$ . Cette droite est obtenue par régression linéaire sur les résultats individuels en logarithmes :

$$\log N = b \log S + a$$

Les valeurs utilisées en dimensionnement à partir de cette droite sont :

- la pente égale à  $\frac{1}{b}$  (négative et de l'ordre de 0,2);
- la sollicitation admissible pour  $10^6$  cycles (notée  $S_6$ ). Elle correspond à l'amplitude de la sollicitation qu'il faudrait appliquer au matériau pour obtenir une durée de vie à l'essai de fatigue de  $10^6$  cycles. C'est cette valeur, déterminée dans des conditions d'essai normalisées, qui est considérée comme caractéristique du comportement en fatigue des enrobés dans la méthode de dimensionnement. Elle est fortement dépendante du matériau testé et des conditions d'essais utilisées.

On trouvera en figure B4.8 un exemple de droite de fatigue obtenue pour un enrobé à partir d'essais en flexion deux points sur éprouvettes trapézoïdales.

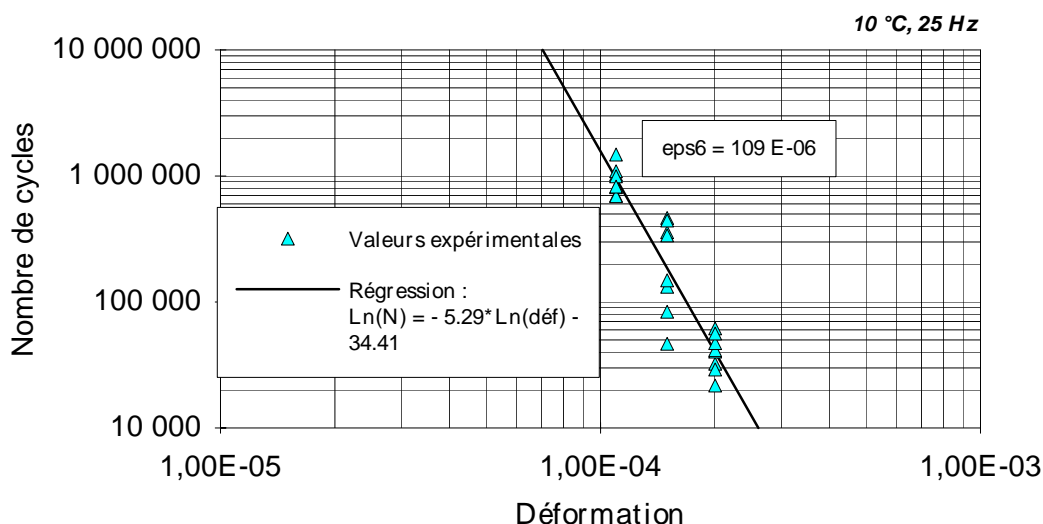


Fig.B4.8 : Exemple de droite de fatigue, béton bitumineux 0/14, 10°C, 25 Hz.

## **4.4 Les autres phénomènes apparaissant au cours de la fatigue**

### **4.4.1 Pertinence des essais**

Les résultats parfois surprenants obtenus avec les essais de fatigue classiques ont conduit à s'interroger sur leur pertinence pour décrire le comportement des matériaux sur chaussées.

Dans ce cadre, trois expérimentations en vraie grandeur ont été réalisées au L.C.P.C. sur le manège de fatigue entre 1989 et 1996 [De la Roche, 1994 et 1997] visant à déterminer l'influence du facteur "nature du bitume" sur le comportement à la fatigue des enrobés bitumineux.

Pour deux bétons bitumineux de même composition mais fabriqués à partir de deux bitumes 50/70 d'origines différentes, les comportements sur chaussées, à épaisseurs équivalentes, sont similaires. Cependant en laboratoire, les résultats des essais à déplacement imposé en continu différencient nettement les deux matériaux et une analyse de comportement à travers la méthode française de dimensionnement ne permet pas de retrouver les durées de vie observées sur chaussées à partir des essais de laboratoire. Si pour deux des matériaux testés, les essais à force imposée ont donné des résultats plus proches du comportement réel, cette conclusion ne s'est pas généralisée à tous les matériaux. Dans l'état actuel des connaissances, on ne connaît pas d'essai pertinent dans tous les cas.

Sur un autre plan, une étude réalisée par le TRL (Transport Research Laboratory) [Nunn, 1994], pose directement la question de la réalité du phénomène de fatigue. En effet, des prélèvements ont été effectués dans les couches de base d'autoroutes fortement circulées dans et en dehors des bandes de roulement, et des essais de laboratoire ont été réalisés sur ces matériaux. Les matériaux semblent dans tous les cas, avoir conservé leurs performances en fatigue initiales.

Cette étude pose le problème de la prévision des durées de vie à partir des essais de fatigue, prévision qui n'intègre pas par exemple le vieillissement en place des matériaux et donc l'augmentation de la rigidité induisant une diminution des déformations à la base des couches. Dans le cas de l'étude réalisée, la fatigue ne semble pas être une cause majeure de détérioration de la couche de base. L'étude conclut à l'existence d'un seuil de contrainte en deçà duquel la chaussée ne fatiguerait pas et suppose que la méthode de dimensionnement utilisée conduit à se trouver en deçà de ce seuil. Cette conclusion est cependant en contradiction avec le fait que jusqu'à présent, on n'a pas mis en évidence de limite d'endurance pour les matériaux bitumineux en laboratoire.

Devant ce manque de pertinence, il était important de s'attacher à décrire précisément les phénomènes intervenant en cours d'essai et leur relation avec la fatigue réelle du matériau.

### **4.4.2 Dissipation thermique**

Les enrobés bitumineux, du fait de leur comportement viscoélastique présentent un caractère dissipatif. L'énergie dissipée par viscosité, peut conduire lors d'essais réalisés en continu, à une augmentation de température de l'éprouvette. Cette augmentation de température a été mise en évidence par [Stéfani, 1981] grâce à des mesures de thermographie infrarouge et modélisée par [Piau, 1983].

L'échauffement produit contribue à une diminution locale du module du matériau qui est indépendante de l'endommagement par fatigue proprement dit. Ce phénomène parasite

interagit donc avec le critère de rupture retenu en fatigue. Lorsque l'échauffement est important, le critère de fin d'essai n'est plus un critère de rupture par seul endommagement.

La prise en compte de la dissipation thermique [Piau, 1989] permet d'expliquer en partie la perte importante de module en début d'essai.

Des mesures locales réalisées à l'aide de sondes platines collées à la surface d'éprouvettes trapézoïdales par [Rivière, 1996], ont montré que pour un même matériau, les échauffements sont supérieurs lors des essais de fatigue à force imposée par rapport aux essais à déplacement imposé. Ils peuvent atteindre 3,5°C lors d'essais de fatigue continus sur des matériaux aux liants polymères par exemple (on peut rappeler pour mémoire qu'une augmentation de 1°C conduit à une diminution de module de 5%).

#### **4.4.3 Auto-réparation**

L'une des explications à la divergence existant entre les prévisions faites à partir des résultats d'essais de fatigue et le comportement réel des chaussées pourrait être liée à l'auto réparation des enrobés.

Ce phénomène correspond à celui observable à la surface des chaussées à la suite des périodes chaudes où les fissures existant sur certaines voies lentes d'autoroutes dues aux charges importantes exercées par les poids lourds se sont "cicatrisées". Un phénomène analogue a pu être observé sur les chaussées du manège de fatigue du LCPC de Nantes, pour lesquelles les valeurs de déflexion diminuent entre la fin d'une période circulée et le démarrage de la phase suivante d'essai quelques mois plus tard [De La Roche, 1994 b], cette observation devant cependant être également mise en parallèle avec l'évolution possible de l'état hydrique du support et donc de sa portance, pendant l'arrêt des sollicitations.

En laboratoire, le phénomène d'auto réparation a été mis en évidence par [Saunier, 1968]. Des éprouvettes ont été sollicitées en traction jusqu'à rupture, puis les deux parties ont été remises en contact et maintenues par pression (masse pesant sur l'éprouvette reconstituée). Après différentes périodes de repos, les éprouvettes sont recollées et elles présentent des résistances à la traction entre 80 et 100% de valeurs obtenues avant le repos. La contrainte permanente exercée pendant le repos a une grande influence sur les valeurs de résistance à la traction obtenues.

L'une des possibilités pour étudier ce phénomène est d'effectuer des essais discontinus, incluant des périodes de repos plus ou moins longues sensées permettre à l'enrobé de "cicatriser".

#### **4.4.4 Dilatation des éprouvettes en cours d'essai [Chauvin, 1992], [Rivière, 1996] [Lefeuvre et al., 2000]**

Une étude sur des éprouvettes trapézoïdales testées en flexion deux points a mis en évidence une augmentation de hauteur de l'éprouvette en cours d'essai. [Chauvin, 1992] et [Rivière, 1996] mentionnent l'enregistrement d'un allongement pouvant atteindre 540 µm au cours d'un essai continu (la flèche imposée lors de ces essais était du même ordre de grandeur). En mode discontinu (essais avec salves de sollicitation), un phénomène de recouvrance est observé pendant les temps de repos.

Les auteurs expliquent ce phénomène par la différence de réaction du matériau en traction et en compression, qui engendre un déplacement de la fibre neutre de l'éprouvette. Au niveau du plan médian de l'éprouvette, des déformations moyennes positives s'accumulent et engendrent l'allongement de l'éprouvette.

Nous partageons cet avis et allons plus loin dans la suite de ce mémoire en montrant que cette dilation des éprouvettes est une manifestation de l'endommagement diffus dans le matériau. C'est ce que nous décrirons en partie C de ce mémoire.

Une première modélisation en est proposée par [Lefeuvre et al., 2000] basée sur la mécanique de l'endommagement et est développée dans la partie D du mémoire.

## 4.5 Conclusions

La fatigue des enrobés bitumineux est un phénomène dont la complexité est révélée non seulement par les écarts importants entre les résultats de différents types d'essais, mais aussi par la dispersion des résultats pour un essai donné.

De nombreuses relations empiriques fonction de différents paramètres, tels que déformation, composition des matériaux bitumineux, permettent de connaître les variations du nombre de cycles à rupture ([Verstraeten, 1974], [Tayebali, 1994], [Myre, 1992], [Moutier, 1992], [Baburamani, 1999]).

Cependant ces relations ne sont applicables en général que pour des conditions expérimentales restreintes et pour des formulations de matériau particulières.

De plus, certains phénomènes apparaissent en cours d'essais tels que la dissipation thermique ou l'auto-réparation qui ne sont pas pris en compte dans les résultats d'essais, tandis que d'autres tels que la dilatation des éprouvettes en cours d'essai restent inexpliqués.

Le chapitre suivant montre les possibilités apportées par les approches de modélisation des phénomènes impliqués dans la fatigue des enrobés bitumineux.

## **5 Modélisations des phénomènes impliqués dans la fatigue des enrobés bitumineux**

### **5.1 Introduction**

En résumé du chapitre précédent, il demeure difficile de préciser la pertinence des mesures en laboratoire d'un type d'essai à l'autre et les relations empiriques prédictives du nombre de cycles à rupture ne sont pas satisfaisantes.

Nous avons montré aussi que les essais mettent en jeu des phénomènes liés aux propriétés mêmes des matériaux bitumineux (échauffement, auto-réparation,...) lors de la fatigue. Ces phénomènes et ceux liés à l'endommagement et à la fissuration peuvent prendre une importance différente d'un essai à l'autre et influent par conséquent différemment sur les résultats à la fatigue.

Plusieurs approches de modélisation ont été entreprises, afin de décrire de façon plus intrinsèque que les interprétations actuelles, les résultats des essais de fatigue.

Les efforts actuels de modélisation suivent trois voies principales : interprétation à partir de l'énergie dissipée, à partir de la mécanique de la rupture, à partir de la théorie de l'endommagement.

Dans la suite de ce chapitre nous faisons un survol des modélisations réalisées suivant ces trois approches.



## 5.2 Approche énergétique

### 5.2.1 Hypothèses

Plusieurs auteurs ont avancé l'hypothèse d'une relation unique entre la durée de vie en fatigue et l'énergie totale dissipée à la rupture. Cette approche énergétique pourrait mener à des résultats plus cohérents que les lois de fatigue usuelles [Tayebali, 1994] [Baburamani, 1992].

Lorsque l'on soumet un enrobé à une sollicitation cyclique, la densité d'énergie locale  $W_i$  produite par dissipation visqueuse au cours du cycle  $i$  est donnée par l'expression suivante :

$$W_i = \pi \varepsilon_i \sigma_i \sin \varphi_i$$

avec  $\varepsilon_i$  : amplitude de la déformation au cycle  $i$  ;

$\sigma_i$  : amplitude de la contrainte au cycle  $i$  ;

$\varphi_i$  : déphasage entre contrainte et déformation au cycle  $i$ .

Cette énergie varie en cours d'essai puisque :

- l'angle de phase augmente en cours d'essai ;
- la contrainte diminue en contrôle de déplacement (l'énergie dissipée va donc tendre vers 0) ;
- la déformation augmente en cours d'essai en contrôle de force (l'énergie va donc augmenter).

L'énergie totale cumulée  $W_N$  dissipée sur toute la durée de l'essai est obtenue par :

$$W_N = \sum_{i=1}^N W_i$$

Les premiers travaux à la base du concept d'énergie dissipée sont ceux de [Van Dijk, 1972] sur la fatigue de films minces de liants bitumineux, travaux qui ont été étendus aux enrobés par la suite [Van Dijk, 1977]. La principale hypothèse de cette approche est l'existence d'une relation entre l'énergie dissipée cumulée pendant l'essai  $W_N$  et le nombre de cycles à la rupture  $N_f$  :

$$W_N = A (N_f)^z \quad (*)$$

avec  $N_f$  : durée de vie définie par le critère de rupture conventionnel ;

$W_N$  : "énergie" totale dissipée ;

$A, z$  : coefficients déterminés expérimentalement

( $A$  variant entre  $10^4$  et  $10^6$  J/m<sup>3</sup>,  $z$  de l'ordre de 0,6).

Précisons que cette relation n'a pas été établie pour l'énergie dissipée localement mais l'énergie dissipée dans toute l'éprouvette, calculée à partir des valeurs de force et de déplacement aux bornes de l'éprouvette.

Cette relation est considérée par ses auteurs comme dépendante de la formulation du mélange mais indépendante de l'essai de fatigue choisi (flexion 2 points ou 3 points), de la température (de 10°C à 40°C), du mode de chargement (contrôle de contrainte ou de déformation) et de la fréquence (de 10 à 50 Hz).

Cette affirmation semble cependant nuancée par certains des résultats obtenus dans le cadre du SHRP (Strategic Highway Research Program) [Tayebali, 1994]. La relation ci-dessus a été déterminée pour 16 matériaux contenant 2 types de bitumes et deux types de granulats, pour 2 températures (0 et 20°C) et 3 types d'essais. Dans les conditions testées, elle

dépend bien sûr du matériau testé mais également de la température d'essai et du type de chargement.

### 5.2.2. Prédiction de la durée de vie par l'approche énergétique

Dans le cas théorique d'un essai à énergie contrôlée, l'énergie dissipée par cycle resterait constante et l'énergie totale cumulée serait proportionnelle à l'énergie  $W_o$  dissipée au 1er cycle soit :

$$W_N = N_f W_o \text{ avec } N_f \text{ nombre de cycles à la rupture,}$$

soit 
$$N_f = \left( \frac{A}{\pi \varepsilon_o^2 E_o \sin \varphi_o} \right)^{\frac{1}{1-z}} \text{ en utilisant (*).}$$

La durée de vie dépendrait donc essentiellement du niveau de déformation initiale et du module de perte  $E_o \sin \varphi_o$  de l'enrobé. Cette approche est mise en défaut par la dépendance de la relation (1) aux conditions de sollicitation [Tayebali, 1994].

Une autre utilisation de cette approche par énergie dissipée a été mise au point par [Hopman et al, 1989] et reprise par [Rowe, 1993].

Cette approche consiste à utiliser un rapport d'énergie (Energy Ratio) défini pour un nombre  $n$  de cycles de sollicitations par :

$$\text{Energy ratio} = \frac{n W_o}{W_n}$$

avec  $W_o$  : énergie dissipée au 1er cycle;

$W_n$  : énergie totale dissipée au cycle  $n$ .

L'allure de la variation de cet "energy ratio" en fonction du nombre de cycles est interprétée en termes de fissuration. Le nombre  $N_f$  de cycles correspondant à une brusque variation de ce rapport est considéré comme le moment de l'amorce d'une fissure macroscopique dans le matériau dans le cas des essais en contrôle de déplacement (cf. figure B5.1) :

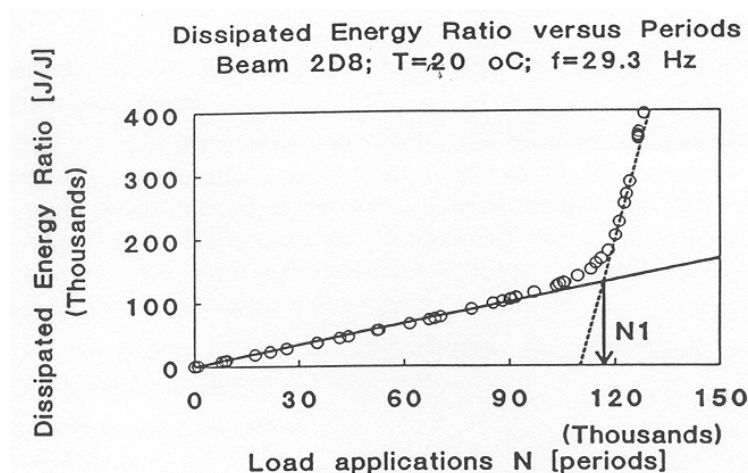


Fig.B5.1 : Illustration de la variation de l'Energy ratio en fonction du nombre de cycles lors d'un essai à déformation constante (d'après [Rowe, 1993]).

Ce concept pour définir la durée de vie d'un matériau est attractif mais le point correspondant à la variation de pente est très difficile à déterminer pour les essais à déformation constante.

Son utilisation a été complétée par [Pronk, 1995]. Celui-ci a réalisé des essais avec des signaux "composés" : succession de signaux sinusoïdaux de fréquences différentes.

L'application du concept d'énergie totale dissipée et du nombre de cycles  $N_f$  défini précédemment permet de déduire le résultat des essais avec signaux composés à partir des résultats d'essais sinusoïdaux classiques.

### **5.2.3 Limitations du concept d'énergie dissipée**

Les idées exposées ci-dessus partent du principe que l'énergie dissipée est utilisée pour endommager le matériau. Or cette hypothèse a été dénoncée par certains auteurs [Stéfani, 1993], [Lesueur, 1995].

A supposer que, comme le veut l'application de la théorie précédente, la durée de vie en fatigue est proportionnelle au module de perte, certains enrobés au bitume soufflé par exemple, devraient par leur module de perte faible dû à un faible angle de phase, présenter des résultats excellents à la fatigue, ce qui n'est pas le cas.

De plus les matériaux parfaitement élastiques ne devraient pas périr par fatigue, ce qui est erroné.

En fait l'énergie dissipée par viscosité, telle qu'exprimée dans les formules précédentes, n'a pas nécessairement de rapport avec l'énergie nécessaire à la rupture des liaisons. Elle est en fait surtout dissipée en chaleur, phénomène mis en évidence par [De La Roche, 1996].

Les auteurs cités ci-dessus concluent que le suivi de l'évolution du module paraît plus pertinent pour décrire le processus d'endommagement.

## 5.3 Approche par la mécanique de la rupture

### 5.3.1 Généralités [Bathias, 1997], [Fatemi, 1998]

Dans ce paragraphe, nous rappelons brièvement les principales théories utilisées pour l'analyse de la fissuration, applicables notamment à la fatigue des enrobés bitumineux.

Il existe trois mécanismes principaux de rupture : en mode d'ouverture (mode I), en mode de cisaillement plan (mode II), en mode de cisaillement antiplan (mode III). La rupture des matériaux peut mettre en jeu un ou plusieurs de ces trois modes.

En résumé, la prévision de la croissance des fissures de fatigue dans les structures conjugue principalement des variables intensives (facteur d'intensité de contrainte,  $K_i^{(*)}$ , intégrale de Rice,  $J$ , ou le taux de restitution d'énergie,  $G$ ) à une loi de propagation de ces fissures du type loi de Paris [Paris, 1963], de la forme :

$$\delta a / \delta N = f ( K_i \text{ ou } J \text{ ou } G )$$

où  $\delta a / \delta N$  exprime l'accroissement de la longueur ou de la surface de fissure,  $\delta a$ , en fonction du nombre de cycles de sollicitation,  $N$ .

### 5.3.2 Application aux enrobés bitumineux

En général, le matériau bitumineux est considéré comme un matériau élastique linéaire, homogène et isotrope. Les zones plastiques en tête du front de fissure sont notamment considérées être de taille négligeable.

Ce paragraphe aborde essentiellement les essais de fatigue en flexion, et ne traite pas des applications de la mécanique de la rupture aux structures de chaussées ([Néji, 1992], [Petit, 1990], [Elouard, 1993], ...).

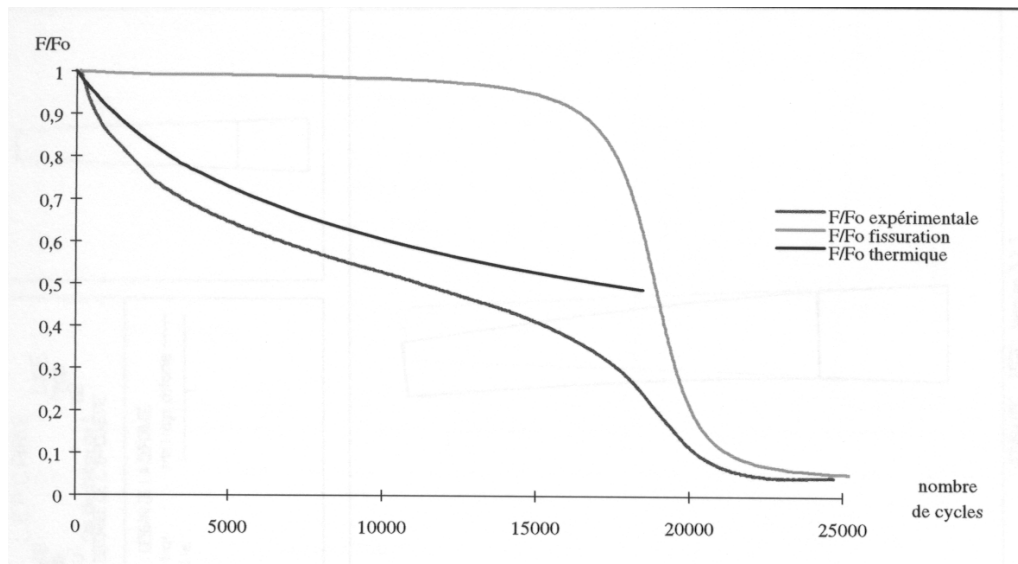
Les paramètres de la loi d'évolution de dommage, du type celle présentée au §5.3.1, sont déterminés à partir du nombre de cycles nécessaires à la rupture totale de l'enrobé bitumineux [Lemarchand, 1997] ou sur la mesure de la propagation de la fissure [Wendling, 1998].

Un calcul aux éléments finis fait varier le pas de la fissuration, qui est supposée se propager en mode I au niveau de la section la plus sollicitée. On établit ainsi une relation entre la longueur de la fissure et la perte de force en tête engendrée (pour un essai à déplacement imposé) :  $F = g [a(N)]$ .

Ainsi la décroissance d'amplitude de force en tête peut être reliée au nombre de cycles, par intégration de la loi de propagation de fissure, pour obtenir une courbe similaire à celle de la figure B5.2.

---

(\*) où l'indice "i" vaut I, II ou III selon que le facteur d'intensité de contrainte corresponde au mode I, II ou III.



*Fig.B5.2 : Décroissance de l'amplitude de force pour l'essai de flexion deux points LPC  
Comparaison entre les mesures, et les modélisations thermo-mécanique et par la mécanique  
de la rupture [Vallès, 1998]*

Ces résultats montrent que, si la modélisation prenant en compte les effets d'échauffement, explique la perte de module en début d'essai, la fissuration macroscopique est le phénomène prépondérant en fin d'essai de fatigue.

## 5.4 Approche par la mécanique de l'endommagement

### 5.4.1 Définition d'une variable d'endommagement [Lemaître et al., 1985], [Chaboche, 1987]

La notion d'endommagement a été introduite dans les années 50 pour décrire le fluage des métaux à haute température [Kachanov, 1958]. Elle vise à rendre compte du processus de détérioration progressive d'un matériau. L'endommagement se manifeste par la décohésion des joints des grains, la propagation des défauts ainsi créés et la coalescence de tous les micro vides résultants. Il va se traduire par une évolution d'un certain nombre de grandeurs physiques.

Pour rendre compte de la dégradation du matériau, une variable d'endommagement  $D$  est introduite telle que :

$D = 0$  lorsque la matière est saine;

$D = 1$  à la rupture;

$0 < D < 1$  caractérise l'état d'endommagement du matériau.

On considère que cette variable définit une section saine  $\tilde{S} = S(1 - D)$ . Sous l'hypothèse d'un endommagement isotrope (fissures orientées uniformément dans toutes les directions de l'espace),  $D$  est donc un scalaire qui représente une fraction surfacique de matériau dégradé.

A partir de cette définition, on introduit la notion de contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  comme celle s'appliquant effectivement sur la section saine du matériau. Dans le cas monodimensionnel (essais de traction par exemple), soit  $F$  la force de traction exercée sur l'éprouvette. La contrainte effective sera alors :

$$(5) \quad \tilde{\sigma} = \frac{F}{\tilde{S}} = \frac{F}{S(1-D)} = \frac{\sigma}{(1-D)}$$

$\tilde{\sigma} = \sigma$  le matériau est vierge

$\tilde{\sigma} \rightarrow \infty$  la rupture est atteinte

Afin de pouvoir construire des lois de comportement pour les matériaux endommagés, on utilise l'hypothèse d'équivalence en déformation : la loi de comportement du matériau endommagé est la même que celle du matériau non endommagé, la contrainte usuelle étant remplacée par la contrainte effective. Ceci suppose que l'endommagement n'intervient que par l'intermédiaire des contraintes effectives.

Dans le cas d'une loi de comportement élastique  $\sigma = E \varepsilon$ , cette loi devient  $\tilde{\sigma} = E \varepsilon$ , ce qui permet de définir le module du matériau endommagé par  $\tilde{E} = E(1 - D)$ .

De même la loi de comportement pour un matériau viscoélastique sous forme d'un produit de convolution (dont l'opérateur est noté  $*$ ) s'écrit alors :

$$(6) \quad \varepsilon(t) = F(t, a(\theta)) * \dot{\tilde{\sigma}}(t)$$

où  $F$  est la fonction de fluage du matériau à l'état vierge.

### 5.4.2 Application aux enrobés bitumineux sous sollicitation sinusoïdale

Ce paragraphe traite essentiellement de la modélisation du comportement des enrobés lors des essais de laboratoire. Nous rappelons cependant que la mécanique de l'endommagement a été appliquée notamment pour décrire le comportement des couches de matériaux bitumineux dans les chaussées [Achimastos, 1998], [Zenzri, 1992].

Les enrobés bitumineux sont supposés endommageables avec un comportement du matériau à l'état vierge de type viscoélastique. L'hypothèse d'équivalence en déformation est utilisée pour passer, dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale, du comportement du matériau vierge au comportement du matériau endommagé.

Le paramètre d'endommagement  $D$  caractérise une perte relative de module entre l'état initial et l'état du matériau au cycle  $N$  :

$$D = \frac{|E_0^*| - |E^*|}{|E_0^*|}$$

La description s'accompagne d'une loi de dommage qui précise la variation de  $D$  entre deux cycles successifs ( $\Delta D$ ). Elle est généralement prise sous la forme :

$$\Delta D = f(D) g(\text{sollicitation au cycle } N) \quad \text{pour } 0 \leq D \leq 1$$

où  $f$  est une fonction de  $D$  qui peut également dépendre de la température et  $g$  une fonction de la sollicitation appliquée durant le cycle  $N$ . Cette fonction  $g$  est en général, choisie comme dépendante de l'amplitude de contrainte ou de déformation au cycle  $N$ .

Dans le cas d'un état de déformation uni axial, la loi proposée par Piau et Rousset [Piau, 1989] et Alimani [1987] est de la forme :

$$\frac{\partial D}{\partial N} = B \left( \varepsilon_m^{xx} \right)^\beta \quad \text{pour } 0 < D < 1$$

$B$  et  $\beta$  réels positifs,

$\varepsilon_m^{xx}$  amplitude de déformation.

Cette loi permet de retrouver la courbe de diminution de raideur de l'éprouvette au cours des essais de fatigue en flexion, la modélisation effectuée prenant également en compte les effets thermiques avec l'hypothèse que toute la chute initiale de module est entièrement due à l'augmentation de température comme le montre la figure B5.3.

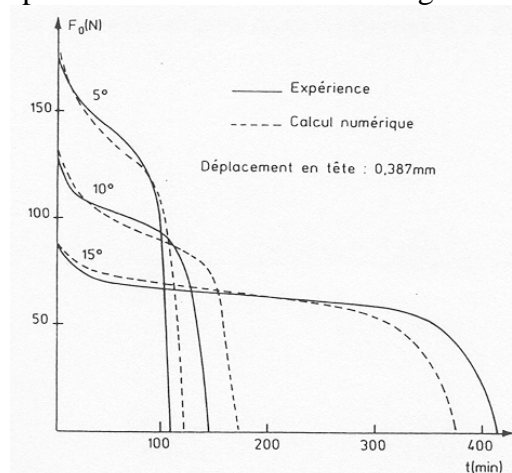


Fig.B5.3 : Comparaison simulation / expérimentation pour un essai de fatigue en flexion deux points sur éprouvettes trapézoïdales, d'après [Piau, 1989]

Une approche similaire est suivie par [Di Benedetto, 1996 a et b] et [Ashayer Soltani, 1998]. Toutefois, les auteurs considèrent qu'il est nécessaire d'éliminer le début de la courbe de variation de  $|E^*|$  en fonction de  $N$  dans l'analyse de l'endommagement, l'échauffement de l'éprouvette par dissipation interne visqueuse étant supposée prépondérante durant cette phase.



## 5.5 Conclusion

Chacune des trois approches présentées précédemment apporte des éléments partiels d'explication de la fatigue des enrobés au travers de la perte de module en cours d'essai :

- la dissipation de l'énergie due au caractère visqueux du matériau qui entraîne l'échauffement du matériau et elle est responsable en partie de la chute de module initiale. Mais ce phénomène ne semble pas lié à la rupture de façon explicite ;
- la mécanique de la rupture ne permet pas d'interpréter facilement le début la première partie de la courbe de fatigue, mais elle en explique la décroissance finale ;
- la mécanique de l'endommagement qui montre l'incidence de la micro-fissuration diffuse du matériau sur sa perte de rigidité.

Ces modélisations telles qu'elles sont faites ne permettent pas de rendre compte de l'allongement vertical des éprouvettes pour l'essai en flexion deux points.

L'approche par la mécanique de l'endommagement semble assez prometteuse même si le couplage entre endommagement diffus et fissuration macroscopique reste encore une difficulté majeure.

Des approches thermo-mécaniques avec endommagement ont déjà été entreprises [De La Roche, 1996], [Piau, 1989] et permettent d'expliquer plus complètement la perte de module pendant la fatigue de l'enrobé.

La partie consacrée à la modélisation reprend en partie cette approche. Des hypothèses supplémentaires permettent par la suite d'aboutir à des résultats plus proches des mesures d'allongement notamment.

## 6 Conclusion

Le dimensionnement des structures routières s'appuie sur une méthodologie en plusieurs étapes. Elle requiert entre autre de connaître les caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés et leur résistance à la fatigue déterminées en laboratoire.

Cette démarche n'est pas suffisamment satisfaisante car elle manque de pertinence à plusieurs niveaux :

- caractérisation à la fatigue qui peuvent aboutir à des résultats différents selon le type d'essai ;
- modélisation des phénomènes mis en jeu lors des essais de fatigue incomplète ;
- passage entre les résultats de laboratoire et les mesures in situ difficile à interpréter.

La détermination du module complexe dans le domaine visco-élastique linéaire est fiable. Elle est de plus associée à un modèle à 5 paramètres (8 si l'on tient compte de la détermination du coefficient de translation fréquence/température), le modèle de Huet-Sayegh, qui rend bien compte des résultats expérimentaux autant dans le domaine fréquentiel que dans le domaine temporel.

Par contre, la fatigue reste à investiguer de façon plus poussée. En effet les différentes approches pour modéliser les essais de fatigue permettent d'identifier certains des phénomènes qui sont mis en jeu et d'évaluer leurs conséquences sur l'interprétation usuelle des essais.

Il reste cependant à rechercher les propriétés intrinsèques aux matériaux vis-à-vis de la fatigue. Cette démarche permettrait à terme d'être plus largement applicable que l'utilisation des relations empiriques bornées à des cas précis.

Le travail présenté dans la suite s'inscrit dans cette logique. Il consiste en l'étude expérimentale poussée des essais de fatigue et la modélisation de l'extension verticale significative jusqu'ici inexpliquée. Nous la considérons alors comme la manifestation macroscopique de l'endommagement diffus comme nous allons le détailler dans les parties C et D de ce mémoire.

## **C – CAMPAGNE EXPERIMENTALE**

# **1 L'ESSAI DE FATIGUE EN FLEXION LPC : PRESENTATION DU MATERIAU, DU BANC DE FATIGUE ET DE LA METROLOGIE**

Sous l'hypothèse que la dilatation verticale des éprouvettes est une manifestation de l'endommagement diffus, les objectifs de l'étude expérimentale entreprise sont :

- d'évaluer l'importance du phénomène d'allongement vertical de l'éprouvette dans les conditions usuelles de l'essai de fatigue ;
- d'analyser l'incidence de la variation des niveaux de température d'essai, d'amplitude et de fréquence du déplacement imposé sur cet allongement;
- d'extraire ainsi les informations nécessaires pour construire une modélisation rendant compte des phénomènes observés.

Dans ces conditions le choix du matériau s'est porté sur une formulation et une géométrie de corps d'épreuve uniques afin de limiter les paramètres qui influencent les résultats de fatigue.

Les paragraphes suivants présentent la composition du matériau et ses caractéristiques mécaniques, le banc de fatigue et la métrologie mise en œuvre, le plan expérimental et les deux protocoles d'essai.

## 1.1 Composition et caractéristiques mécaniques du matériau

Les essais de fatigue pratiqués au LCPC utilisent des éprouvettes trapézoïdales. Nous présentons ici la formulation du matériau et les caractéristiques mécaniques des éprouvettes utilisées pour notre campagne expérimentale.

### 1.1.1 Formulation et géométrie

L'enrobé a été fabriqué et compacté en utilisant les procédures des normes NF P 98-133 (enrobage à chaud) et NF P 98-250 (compactage).

La formule de l'enrobé a été choisie pour conserver le caractère homogène du mélange vis-à-vis des dimensions des échantillons.

Le matériau bitumineux utilisé pour notre campagne expérimentale est un béton bitumineux de granularité continue 0/6 mm au bitume de grade 50/70 dont la composition (il s'agit de la matrice d'un béton bitumineux clouté NF P 98-133), et les détails de reconstitution granulométrique figurent en annexe 2.

Les dimensions des éprouvettes trapézoïdales testées sont les suivantes :

|             |          |
|-------------|----------|
| Grande base | = 56 mm  |
| Petite base | = 25 mm  |
| Epaisseur   | = 25 mm  |
| Hauteur     | = 250 mm |

### 1.1.2 Caractéristiques mécaniques

Dans le processus de dimensionnement des chaussées, les enrobés bitumineux sont caractérisés par la norme de leur module complexe à une fréquence et une température données, et leur résistance à la fatigue, c'est-à-dire le nombre de cycles nécessaires pour obtenir la fissuration macroscopique sous une sollicitation sinusoïdale entretenue à déplacement imposé.

Les caractéristiques mécaniques du matériau utilisé pour nos essais sont récapitulées ci-après.

#### a – Paramètres du modèle de module complexe de Huet-Sayegh

Les paramètres du modèle de Huet-Sayegh sont obtenus à partir des valeurs de modules complexes du matériau (cf. annexe 3). Le calage visuel entre les valeurs expérimentales et théoriques est réalisé à partir des représentations dans le plan de Cole et Cole et dans l'espace de Black (cf. partie B §3.4.3).

Les valeurs de paramètres ainsi obtenues sont rapportées dans le tableau C1.1 :

| $E_0$ (MPa) | $E_{inf}$ (MPa) | $\delta$ | $k$   | $h$  | $A_0$  | $A_1$    | $A_2$     |
|-------------|-----------------|----------|-------|------|--------|----------|-----------|
| 55          | 28500           | 2,6      | 0,215 | 0,71 | 3,8109 | -0,46932 | 0,0036619 |

Tableau C1.1 Paramètres du modèle de Huet-Sayegh

Ces valeurs sont utilisées pour caractériser le béton bitumineux dans le modèle que nous développons dans la partie D.

**b – Caractérisation en fatigue : droite de fatigue et  $\varepsilon_6$** 

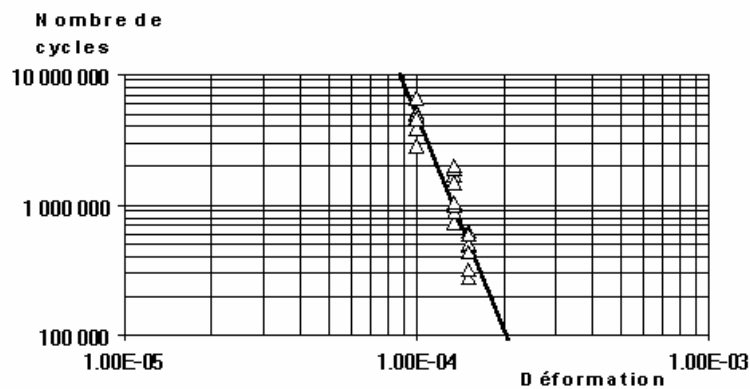
Le matériau a fait l'objet d'essais de fatigue à déplacement imposé (norme NF P 98-261-1) à 10°C et 25 Hz. Ces essais ont permis de déterminer les constantes suivantes issues de la droite de fatigue (figure C1.1) :

Déformation conduisant à la rupture à  $10^6$  cycles :  $\varepsilon_6 = 134 \cdot 10^{-6} \pm 4 \cdot 10^{-6}$

Coefficients de la droite de régression  $\log N = -b \log(\varepsilon) + a$ , avec N le nombre de cycles) :

$$a = -34,83$$

$$b = 5,46$$



*Fig.C1.1 Droite de fatigue du béton bitumineux étudié*

## 1.2 Présentation du banc de fatigue et de la métrologie développée

L'essai de flexion alternée sur éprouvettes trapézoïdales est généralement interprété à partir de mesures globales : amplitude de déplacement en tête du corps d'éprouve et amplitude de force résultante pour les essais à déplacement imposé.

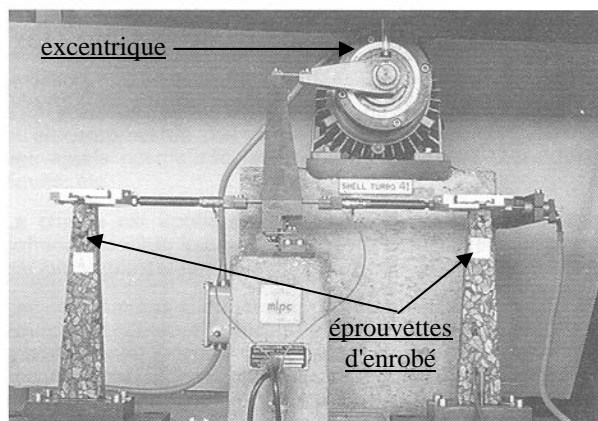
La métrologie développée ici permet d'accéder à des informations locales notamment dans la zone la plus sollicitée ( $z \approx h/5$  avec  $h$  la hauteur d'éprouvette) : déformations en surface de l'éprouvette, allongement global vertical de l'éprouvette, détection de l'instant auquel se déclare la fissuration macroscopique.

De plus, deux protocoles d'essais ont été définis pour observer d'une part le comportement de l'enrobé jusqu'à sa fissuration macroscopique, et d'autre part pour étudier précisément l'évolution rapide de l'allongement en tout début d'essai.

### 1.2.1 Le banc de fatigue LPC

Nos essais ont été réalisés sur le banc de fatigue en flexion alternée deux points à déplacement imposé du LCPC-Centre de Nantes (cf. photographie de la figure C1.2).

L'amplitude de déplacement est conditionnée par le réglage de l'excentrique entraîné par un moteur asynchrone à fréquence constante.



*Fig.C1.2 Banc de fatigue en flexion à déplacement imposé du LCPC-Centre de Nantes  
[Moutier 1992]*

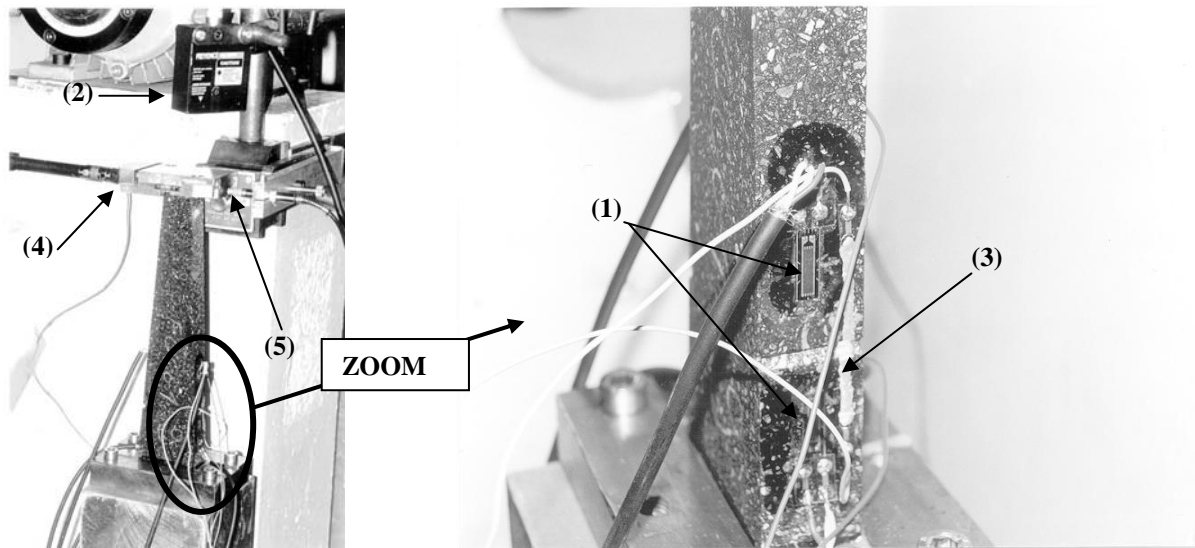
Les éprouvettes sont encastrées à leur base inférieure et leur petite base est collée à un casque rigide. Ce casque est relié à un bras articulé par l'intermédiaire de lames souples flexibles. Ce dispositif permet un mode de sollicitation en flexion simple.

### 1.2.2 Equipement métrologique et chaîne d'acquisition

Nous avons complété l'équipement métrologique utilisé pour les essais de fatigue normalisés – capteur piézo-électrique et comparateur pour mesurer respectivement l'amplitude de force et de déplacement en tête d'éprouvette - (cf. figure C1.3) afin de pouvoir :

- mesurer les déformations en surface d'éprouvette par des jauges extensométriques (30 mm de long, 120  $\Omega$ ) ;
- mesurer le déplacement vertical du casque supérieur du dispositif par un capteur de déplacement pour avoir accès à la déformation globale verticale de l'éprouvette ;

- repérer l'instant de fissuration macroscopique sur la fibre externe de l'éprouvette grâce à la rupture d'un trait de peinture conductrice relié à un circuit "tout ou rien".



*Fig.C1.3 Exemple d'équipement métrologique spécifique à l'étude de l'allongement vertical : (1) jauges extensométriques ; (2) capteur de déplacement ; (3) peinture conductrice ; (4) capteur piézo-électrique ; (5) capteur de déplacement.*

Plusieurs configurations de jauges sont utilisées en fonction des objectifs de chaque essai. Elles sont détaillées dans le §2.

Les essais ont été réalisés en plusieurs campagnes tout au long de la thèse.

Deux systèmes d'acquisition ont été utilisés : le premier utilise un enregistreur numérique et le second une centrale d'acquisition qui comprend un boîtier d'acquisition relié à un PC.

Ce second système permet de combiner l'acquisition des mesures et leur traitement, facilitant ainsi les opérations de post-traitement des données enregistrées. Dans ce but un nouveau logiciel d'acquisition a été développé au LCPC-Centre de Nantes par L. Harfouche. Il a été notamment validé sur nos essais. Il permet d'accéder à une meilleure visualisation des différentes mesures en cours d'essai, et de faciliter le dépouillement de celles-ci. Ce logiciel est notamment adapté aux essais cycliques et donne accès entre autre à la moyenne et l'amplitude des mesures sur un cycle, ainsi qu'au déphasage entre différents signaux.

Les schémas de la figure C1.4 détaillent les deux différentes chaînes d'acquisition qui ont été utilisées pour nos différents essais.

Remarque : ces schémas donnent des configurations métrologiques complètes, mais tous les essais n'ont pas systématiquement mis en jeu la totalité de la chaîne d'acquisition ; en général les essais ont permis de mesurer la force en tête et les déformations (l'amplitude de flèche imposée étant connue).



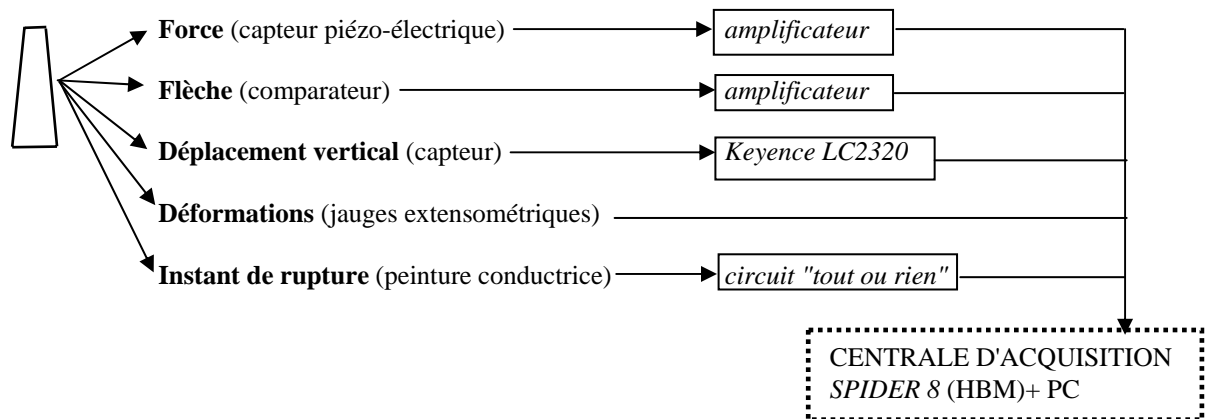


Fig.C1.4 Chaîne d'acquisition des mesures pour les essais de fatigue :

### 1.3 Principe des essais et protocoles expérimentaux

Les résultats présentés dans cette partie expérimentale concernent essentiellement des essais à déplacement imposé. Des essais à force imposée ont aussi été réalisés mais en moins grand nombre. Ces derniers sont présentés au §2.6, dans le but de valider la pertinence de notre modélisation pour une nature de sollicitation différente (cf. §4.6 de la partie D).

L'allongement vertical des éprouvettes au cours des essais de fatigue a déjà été évoqué dans [Chauvin, 1992].

Nous avons poursuivi une étude plus poussée de ce phénomène pour en affiner l'observation. Les renseignements ainsi collectés nous permettent de proposer le mécanisme qui est responsable de cet allongement. Ces informations permettront d'établir les fondements de la modélisation proposée par la suite.

Ce paragraphe présente le plan expérimental, les paramètres mesurés et le traitement appliqué aux mesures, ainsi que les deux protocoles expérimentaux pratiqués lors de la campagne d'essais.

#### 1.3.1 Paramètres d'essais

La campagne expérimentale comprend 57 essais. Elle s'est articulée en deux phases principales :

- une première série d'essais prospectifs qui ont permis notamment de confirmer les observations de [Chauvin, 1992], et d'établir la répétabilité des mesures d'extension à température constante non régulée (entre 17 et 21,5°C), 25 Hz et pour des amplitudes de flèche imposée comprises entre 200 et 800  $\mu\text{m}$  (cf. tableau C1.2) ;
- une seconde série d'essais dont le but fut l'étude de l'incidence de la température d'essai, et de celle de la fréquence dans une moindre mesure (cf. tableau C1.3).

Ainsi les premiers essais ont notamment permis d'établir un nouveau protocole expérimental décrit plus en détail au §1.3.3 : une même éprouvette peut être sollicitée plusieurs fois avec des temps de repos suffisants.

| Température (°C) | Amplitude de déplacement imposé ( $\mu\text{m}$ ) |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                  | 200   | 242 | 260 | 280 | 350 | 380 | 500 | 526 | 718 | 756 |
| 17               |   |     |     |     |     |     | X   |     |     |     |
| 17.5             |   |     | X   |     |     |     |     |     |     |     |
| 17.8             |   |     |     |     |     |     | X   |     |     |     |
| 18               |   |     |     |     |     |     | X   |     |     |     |
| 18.5             |   |     |     |     |     |     |     |     | X   |     |
| 19               | X   |     |     | X   |     | X   |     |     |     |     |
| 19.5             |   |     |     |     |     |     | X   |     |     | X   |
| 19.8             |   |     |     | X   |     |     | X   |     |     |     |
| 20               | X   | X   |     | X   |     | X   |     |     |     |     |
| 21               |   |     |     |     |     |     |     | X   |     |     |
| 21.4             |   |     |     |     |     |     |     | X   |     |     |

Tableau C1.2 Conditions expérimentales de la première campagne d'essais (à 25 Hz)

| Température (°C) | Amplitude de déplacement imposé (μm) |     |     |     |     |             |             |     |
|------------------|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-------------|-------------|-----|
|                  | 130                                  | 160 | 200 | 350 | 360 | 380<br>10Hz | 380<br>40Hz | 380 |
| -10              | X                                    |     | X   | X   |     |             |             |     |
| 10               | X                                    | X   |     |     | X   |             |             |     |
| 19-20            |                                      |     |     |     |     | X           | X           | X   |
| 28               | X                                    | X   | X   |     | X   | X           |             |     |

*Tableau C1.3 Conditions expérimentale de la seconde campagne d'essais  
(lorsqu'elle est non mentionnée la fréquence est de 25 Hz)*

### 1.3.2 Paramètres mesurés

Les différents paramètres mesurés de cette étude sont :

- les déformations,  $\varepsilon$ , mesurées sur les surfaces de l'enrobé ;
- la force résultante,  $F$ , en tête d'éprouvette ;
- le déplacement imposé,  $V_{imp}$ , en tête d'éprouvette ;
- le déplacement vertical,  $W$ , mesuré à partir du casque supérieur de l'éprouvette ;
- l'instant de fissuration repéré grâce à la rupture de la peinture conductrice.

Les mesures confirment que l'allure générale de chacun de ces signaux est pseudo-sinusoïdale (à l'exception de ceux du déplacement vertical  $W$  et de l'instant de fissuration bien entendu).

Ces mesures sont alors décomposées en une partie moyenne, qui est prise comme la moyenne sur une période, et une partie oscillante sinusoïdale (détails au §2.1.2a).

### 1.3.3 Protocoles d'essai

Deux protocoles d'essais sont mis en œuvre au cours de cette campagne expérimentale :

- le premier, le plus "classique", consiste à mener l'enrobé jusqu'à la rupture macroscopique ;
- le second ne porte que sur le début de l'essai afin de ne pas impliquer des phénomènes engendrés par la fissuration macroscopique.

Le premier protocole, appelé (P1), permet de mesurer l'évolution de l'extension moyenne jusqu'à la fissuration.

Celui-ci met en évidence les grandes phases décrites par l'allongement vertical, et montre en outre l'importance du phénomène en début d'essai.

Le deuxième protocole, (P2), concerne exclusivement le début d'essai et inclut une courte période de sollicitation suivie d'un temps de repos. Nous nous intéressons notamment à l'allongement des éprouvettes et la récupération de leurs caractéristiques mécaniques lorsqu'elles sont sollicitées plusieurs fois dans ces conditions (cf. §2.1.2c).

Remarque : le tableau en annexe 3 rassemble les informations relatives au protocole pratiqué pour chaque essai et établit la chronologie des essais d'une même éprouvette.

## **2 COMPORTEMENT DES ENROBES BITUMINEUX EN FATIGUE : ANALYSE DE L'ALLONGEMENT DE L'EPROUVETTE**

La mesure des déformations à la surface des éprouvettes révèle un allongement significatif.

Ce phénomène est présent dès les premiers cycles de sollicitation et perdure jusqu'à la fissuration totale de l'enrobé.

Notre campagne d'essais a pour but d'étudier l'évolution de cet allongement pour différentes conditions expérimentales : niveau de sollicitation, température et fréquence.

L'analyse et l'interprétation de ces mesures permettent de jeter les bases nécessaires au développement de notre modélisation d'endommagement unilatéral, décrite par la suite.

Dans cette partie le premier paragraphe présente les résultats d'un essai générique : l'évolution en trois phases de l'extension moyenne de la section la plus sollicitée et les conséquences d'un arrêt de sollicitation en début d'essai.

Le second paragraphe est consacré à l'étude du champ de déformation à la surface de l'enrobé.

Les paragraphes suivants sont respectivement consacrés à l'incidence du niveau de sollicitation, puis de celle de la température et enfin de celle de la fréquence de sollicitation.

Ensuite, les résultats obtenus pour des essais à force imposée sont présentés.

Enfin le dernier paragraphe fait la synthèse des principaux résultats obtenus.

## 2.1 Présentation du phénomène d'extension de l'enrobé

Nous présentons ici les courbes d'un essai générique afin d'introduire les différentes phases que décrivent les grandeurs mesurées et principalement la déformation moyenne. Il faut noter que pour tous les essais, les résultats obtenus présentent qualitativement cette même allure (cf. §2.1.2b).

### 2.1.1 Conditions expérimentales

Les essais dont les résultats sont commentés ici ont été réalisés lors d'une première campagne expérimentale.

Ils ont été réalisés à température ambiante hors enceinte climatique, pour des températures, constantes pendant l'essai, comprises entre 17 et 21,4°C.

L'équipement métrologique est celui décrit au §1.2.

L'implantation des jauges extensométriques est schématisée en figure C2.1 : quatre jauges en vis-à-vis sur chacune des faces verticales de l'enrobé, centrées sur la section de plus grande amplitude de déformation ( $z = 48$  mm), environ le cinquième de la hauteur de l'éprouvette.

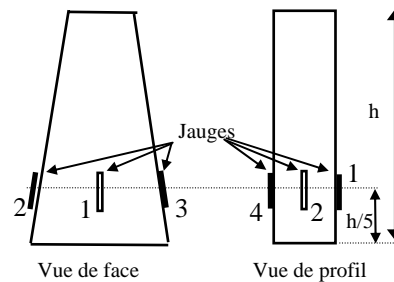


Fig.C2.1 : Schéma d'une éprouvette d'enrobé et implantation des jauges extensométriques

### 2.1.2 Evolution des déformations verticales sur la section la plus sollicitée

Cette section située à 48 mm de la base inférieure de l'enrobé est le lieu privilégié d'apparition de la fissure macroscopique. Le calcul élastique de résistance des matériaux appliqué à l'éprouvette trapézoïdale y prévoit l'amplitude de déformation maximale en fibre externe [Marsac, 1992].

Ce paragraphe rappelle tout d'abord le principe de décomposition des paramètres mesurés en partie moyenne et partie sinusoïdale.

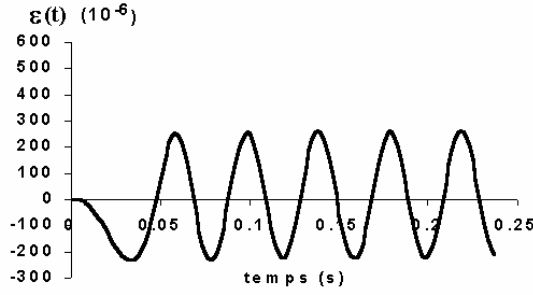
Ensuite nous présentons l'évolution de l'extension moyenne verticale de la section la plus sollicitée jusqu'à la fissuration macroscopique, puis l'influence d'un temps de repos sur la récupération du module et de l'allongement de l'enrobé.

#### a – Traitement du signal pseudo-sinusoïdal des déformations

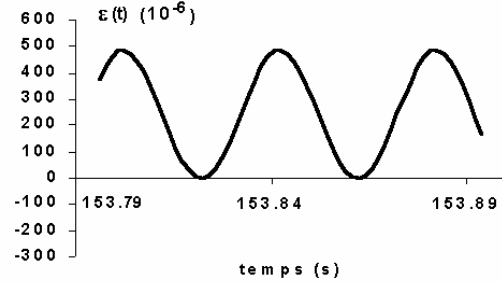
Tous les signaux mesurés (cf. §1.3.2) sont traités avec les hypothèses décrites ci-après.

Les signaux de déformation,  $\varepsilon(t)$ , fournis par les jauges sont pseudo-sinusoïdaux.

La figure C2.2 illustre cette affirmation pour un essai à 380  $\mu\text{m}$  d'amplitude de déplacement, 20°C et 25 Hz.



(a) au début de l'essai



(b) au bout de 153 s (3825 cycles)

Fig.C2.2 Evolution du signal pseudo-sinusoidal de déformation pour un essai à 380 μm d'amplitude de déplacement, 20°C et 25 Hz.

Soient  $\varepsilon_m(t)$  et  $\varepsilon_a(t)$  définis par :

$$\varepsilon_m(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \varepsilon(\tau) d\tau$$

$$\varepsilon_a(t) = \frac{2}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \varepsilon(\tau) \sin(\omega\tau) d\tau$$

On pose  $\hat{\varepsilon}(t) = \varepsilon_m(t) + \varepsilon_a(t) \sin(\omega t)$ .

Les mesures expérimentales permettent de vérifier que pour  $t \in [t-T/2 ; t+T/2]$  on peut raisonnablement faire l'approximation :  $\hat{\varepsilon}(t) \approx \varepsilon(t)$ , à condition que l'instant  $t$  soit bien choisi, c'est-à-dire tel que  $\sin(\omega t) = 0$ .

On peut donc écrire  $\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) + \varepsilon_a(t) \sin(\omega t)$ , avec  $\varepsilon_m(t)$  et  $\varepsilon_a(t)$  définis comme précédemment,  $\varepsilon_m(t)$  et  $\varepsilon_a(t)$  évoluant lentement à l'échelle d'une période.

Notons que la décomposition précédente n'est pas valide si la jauge est sur la fissure macroscopique, car les signaux sont fortement distordus.

Par contre, l'approximation d'un signal pseudo-sinusoidal reste valide même à la fissuration macroscopique si la jauge n'est pas directement sur la fissure (cf. figure C2.3) :

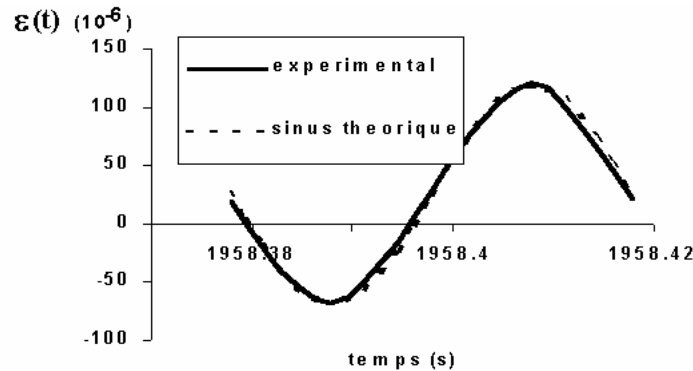


Fig.C2.3 Signal de déformation pour 380 μm d'amplitude de déplacement imposé, 20°C et 25 Hz au bout de 1958 s (48950 cycles)

Par la suite les grandeurs indicées par un "m" ou un "a" correspondent respectivement à la moyenne ou à l'amplitude de cette même grandeur sur un cycle.

### b – Comportement général jusqu'à rupture : évolution de l'extension en trois phases

Dans un premier temps, les résultats de déformation sont présentés au travers d'une déformation moyenne globale qui est définie comme la moyenne des déformations moyennes de la section étudiée.

Dans la plupart des essais, la moyenne des jauges des faces trapézoïdales se confond avec celle des jauges latérales pour décrire le mouvement d'ensemble représenté par les courbes en figure C2.4. Nous désignons par "**déformation moyenne globale**" la valeur moyenne des jauges centrées sur la même section.

Notons toutefois que certains résultats ne sont pas aussi homogènes. Ceux-ci sont analysés plus spécialement au paragraphe §2.2.2.

L'allongement de l'éprouvette se décompose en trois phases jusqu'à la rupture totale de l'enrobé.

En phase A, l'extension moyenne,  $\varepsilon_m$ , croît rapidement jusqu'à tendre vers l'amplitude de déformation en fibre externe,  $\varepsilon_a$ , pour les niveaux de sollicitation les plus forts ( $\varepsilon_m < \varepsilon_a$  pour des niveaux faibles).

En phase B, la déformation moyenne chute quasi linéairement en fonction du temps. Elle s'accompagne de l'augmentation de l'amplitude.

En phase C, l'apparition de la fissure macroscopique hors des jauges, et sa propagation provoquent la perte rapide de la déformation restante, en même temps que celle de la force en tête.

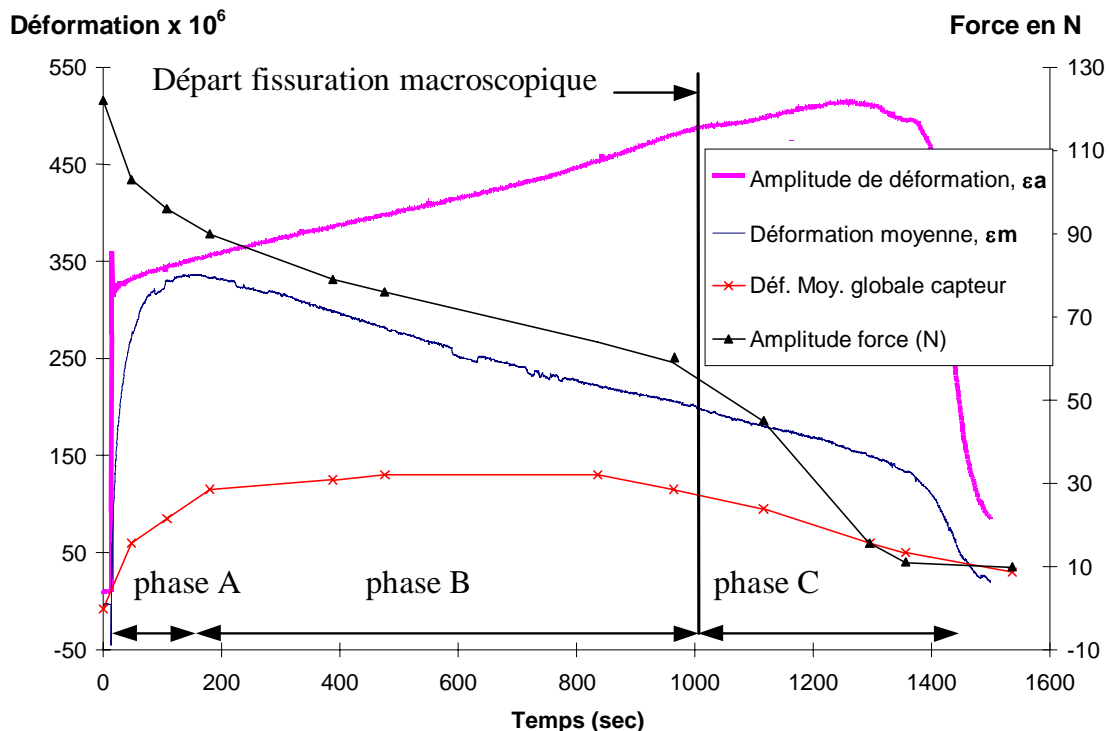


Fig. C2.4 : Courbes obtenues pour un essai au banc de fatigue à amplitude de déplacement imposée : 500  $\mu\text{m}$ , 18°C, 25 Hz (i.e. 1000s = 25000 cycles)

Ce comportement peut être différent si les jauges latérales se trouvent exactement sur la fissure macroscopique. Dans ce cas la déformation moyenne continue d'augmenter en phase

B, mais moins rapidement toutefois qu'en phase A, puis elle croît rapidement à la fissuration du matériau jusqu'à la rupture de la jauge elle-même.

Cette décomposition en trois phases est à rapprocher de celle de l'évolution de la force en tête.

Nous remarquons en effet que le début de la phase B coïncide avec la phase de décroissance quasi linéaire de l'amplitude de force en tête.

Une rupture de pente de l'amplitude de déformation,  $\varepsilon_a(t)$  correspond au départ de la fissuration macroscopique, repérée par le dispositif de peinture conductrice. Ainsi la seule lecture du signal d'une jauge en fibre externe désigne l'instant d'apparition de la rupture macroscopique sur le bord correspondant. Ce procédé permet en outre une appréciation plus précise de ce phénomène car le dispositif à la peinture conductrice s'est parfois révélé beaucoup moins fiable (trait de peinture souvent trop peu "cassant").

Les mesures de déplacement vertical en tête d'éprouvette enregistrées à partir du capteur de déplacement sont traitées de façon à obtenir la déformation verticale globale du matériau, qui est le rapport de cet allongement vertical sur la hauteur de l'éprouvette.

Cette grandeur calculée montre deux choses :

- la différence notable entre sa valeur moyenne et l'extension moyenne de la section la plus sollicitée (respectivement  $120.10^{-6}$  et  $320.10^{-6}$  au bout de 5000 cycles) laisse supposer l'existence d'un gradient de déformation selon la hauteur du matériau ;
- la décroissance de l'allongement mesuré en tête survient beaucoup plus tardivement que celle de l'extension moyenne (respectivement vers 21250 cycles et 3750 cycles). Ceci suppose aussi une cinétique d'extension différente selon l'endroit considéré de l'éprouvette.

La mesure effectuée par ce capteur de déplacement ne reste qu'une indication qualitative car sa répétitivité quantitative n'a pas été validée, l'installation du dispositif nécessitant une précision difficilement atteinte. Cependant les informations qu'il procure sont un bon indicateur du comportement global de l'éprouvette et sont confirmées dans les paragraphes suivants par la mesure détaillée du champ de déformation.

### **c – Arrêt de la sollicitation en début d'essai : récupération totale des propriétés mécaniques de l'enrobé**

La plupart des essais ont consisté à solliciter plusieurs fois la même éprouvette en aménageant des temps de repos conséquents, conformément au protocole (P2) (cf. §1.3.3).

Ainsi des essais répétés de courte durée – moins de 15000 cycles en général alors que la rupture pour l'essai le plus court est survenue vers 30000 cycles – révèlent deux phénomènes :

- i) à l'arrêt de la sollicitation l'éprouvette retourne rapidement à sa géométrie originelle d'avant essai, la déformation moyenne globale devenant nulle (cf. figure C2.5) ;



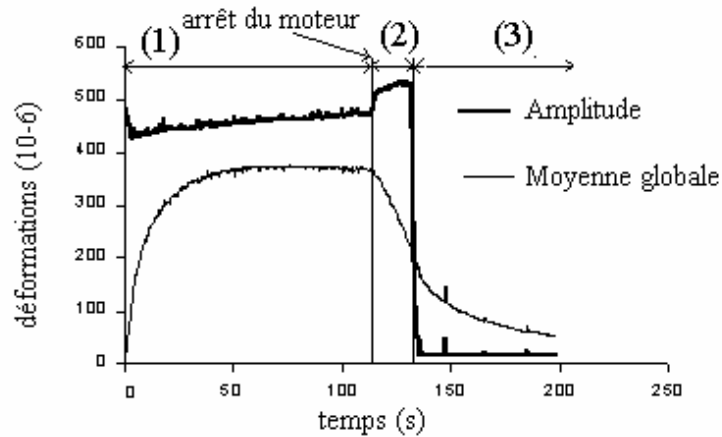


Fig.C2.5 Déformation moyenne globale à l'arrêt de la sollicitation à  $z = 48 \text{ mm}$  ( $21,4^\circ\text{C}$ ;  $25 \text{ Hz}$  et  $V_{imp}=520 \mu\text{m}$ ) :

(1) sollicitation, (2) période transitoire d'arrêt de l'excentrique<sup>(\*)</sup>, (3) repos.

- ii) à la reprise de la sollicitation après plusieurs heures de repos, l'enrobé a recouvré la totalité de sa rigidité perdue et se déforme de la même manière que lors du chargement précédent. La figure C2.6 compare les résultats entre les sollicitations indicées 1 et 2, qui sont respectivement la 1<sup>ère</sup> et la 3<sup>ème</sup> subies par cette éprouvette, (la 2<sup>ème</sup> avait été réalisée à  $19,8^\circ\text{C}$ ). Cinq jours d'intervalle séparent ces deux essais et la faible différence en fin de phase A entre le maximum des déformations moyennes globales peut être attribuée à au faible écart de température ( $\approx 0,8^\circ\text{C}$ ).

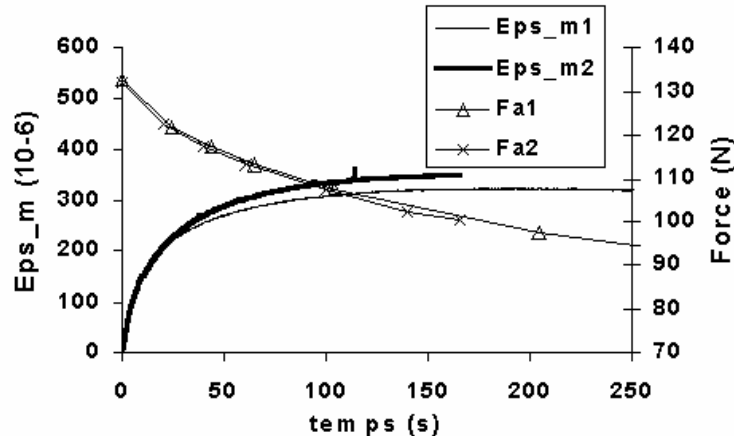


Fig.C2.6 Récupération des propriétés mécaniques d'une même éprouvette :  
essai 1 pratiqué à  $25 \text{ Hz}$ ,  $500 \mu\text{m}$  d'amplitude de flèche et  $17,8^\circ\text{C}$   
essai 2 pratiqué à  $25 \text{ Hz}$ ,  $500 \mu\text{m}$  d'amplitude de flèche et  $17^\circ\text{C}$   
(Eps\_m : déformation moyenne globale ; Fa : amplitude de force)

Ces résultats justifient le protocole utilisé, (P2), selon lequel une même éprouvette peut être sollicitée plusieurs fois pendant peu de cycles et être considérée comme vierge à chaque nouvel essai.

<sup>(\*)</sup> L'arrêt « mécanique » de l'excentrique se produit après l'arrêt de l'alimentation du moteur qui l'entraîne, d'où l'existence de la période transitoire.

Enfin, nous précisons que l'étude de l'influence des temps de repos n'est pas l'objet du travail présenté ici. En outre le banc de fatigue en flexion ne s'y prête pas puisque l'arrêt instantané de l'excentrique n'est pas contrôlable.

## 2.2 Champ de déformation à la surface de l'enrobé

Les résultats relatifs à l'incidence des paramètres d'essais (niveau de déplacement, température et fréquence) sont axés sur la déformation mesurée au niveau de la section la plus sollicitée.

Nous présentons ici une étude préalable du champ de déformation à la surface de l'enrobé.

La mesure de la déformation moyenne en différents points d'une même section montre dans quelle mesure l'hypothèse de déformation moyenne homogène d'une même section est avérée.

Cette étude confirme les hypothèses du §2.1.2 :

- l'existence d'un gradient de déformation selon la hauteur de l'éprouvette ;
- le maximum de déformation moyenne est atteint à des instants différés d'une section à l'autre.

Nous présentons tout d'abord l'évolution de  $\varepsilon_m(t)$  le long de la section la plus sollicitée, puis le comportement des sections de cote supérieure.

### 2.2.1 Conditions expérimentales

L'étude approfondie de la répartition des déformations à la surface de l'enrobé bitumineux a été réalisée à 20°C, 25 Hz, et pour une amplitude de flèche imposée comprise entre 200 et 380  $\mu\text{m}$  (i.e.  $154 \cdot 10^{-6}$  et  $293 \cdot 10^{-6}$  d'amplitude maximale de déformation).

Les jauges extensométriques sont collées verticalement à différentes cotes de l'éprouvette, de 45 à 200 mm de la base inférieure (hauteur de l'éprouvette 250 mm), principalement sur son axe de symétrie, sur les fibres externes mais aussi entre ces deux positions pour l'étude de la section la plus sollicitée à 48 mm de la base (figures C2.7(a) et (b)).

La capacité de la chaîne d'acquisition ne permettant l'enregistrement que de 4 ou 6 jauges, il a fallu recourir à plusieurs configurations pour accéder à la connaissance suffisante du champ de déformation verticale.

La figure C2.7(a) représente la configuration utilisée pour mesurer le champ de déformation le long d'une section horizontale. Les jauges en vis-à-vis d'une face à l'autre de l'éprouvette permettent de s'affranchir de possibles gauchissements de la structure.

La configuration de la figure C2.7(b) permet d'accéder à la répartition verticale des déformations sur l'axe de symétrie et sur les bords de l'enrobé.



Fig. C2.7 : Configurations de jauges extensométriques sur une éprouvette d'enrobé bitumineux (jauge disposée sur la face cachée représentée en pointillés)

### 2.2.2 Répartition de la déformation moyenne verticale le long de la section la plus sollicitée

Le paragraphe 2.1 recense les informations globales obtenues en effectuant la moyenne des différentes jauges d'une même section à chaque instant.

Les mesures des jauges prises individuellement permettent de décomposer plus précisément la cinématique de la section qui subit la plus grande amplitude de déformation au cours de l'essai.

Tout d'abord, les jauges des fibres externes opposées montrent une dissymétrie conduisant à des déformations moyennes non nulles opposées à la fin du premier cycle (fig. C2.8).

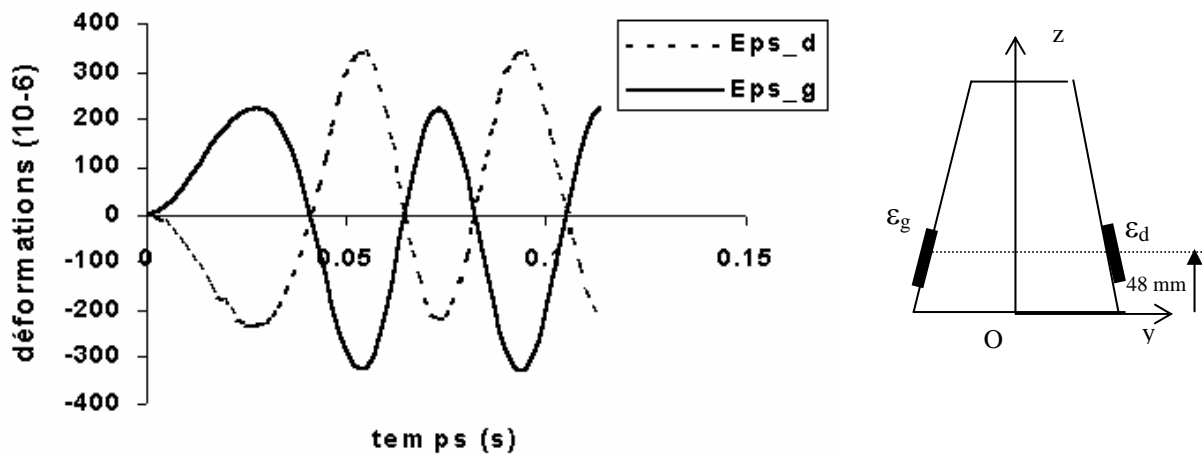


Fig.C2.8 : Déformation sur les fibres externes opposée après un cycle de sollicitation ( $20^{\circ}\text{C}$ ,  $25\text{ Hz}$  et  $V_{imp}=380\text{ }\mu\text{m}$ ) et schéma de l'implantation des jauges.

Cette déformation moyenne initiale est fonction des conditions de niveau de sollicitation et de température, et est très faible pour les conditions usuelles des essais de fatigue normalisés.

Dans la suite de l'essai la section subit une déformation moyenne quasi homogène en phase A, les déformations moyennes initiales sur les bords s'égalisant rapidement en général.

Au cours de la phase B, lorsque la déformation moyenne des jauges externes atteint sa valeur maximale, la cinématique de la section devient progressivement non homogène.

En effet sur cette section l'évolution de la déformation moyenne au centre (jauge II figure C2.9) se distingue progressivement de celle enregistrée sur les bords.

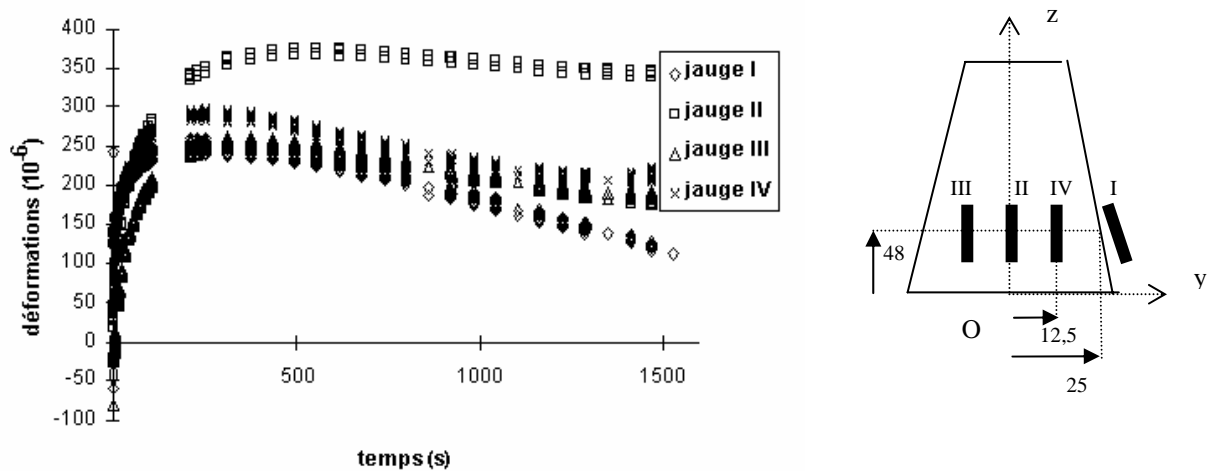


Fig. C2.9 : Evolution de la déformation moyenne sur la section la plus sollicitée ( $z=48\text{mm}$ ) et schéma de l'emplacement des jauges (cotes en mm)

L'essai décrit en figure C2.9 ( $19^\circ\text{C}$ ,  $25\text{ Hz}$  et  $V_{\text{imp}} = 380\text{ }\mu\text{m}$ ) montre que dans une zone proche du centre de la section, la déformation moyenne devient fortement supérieure à celle relevée par la jauge externe ( $y=25\text{ mm}$ ) et à celle des jauges III et IV situées à  $12,5\text{ mm}$  de l'axe de symétrie ( $Oz$ ) :  $367\text{ }10^{-6}$  au centre et environ  $240\text{ }10^{-6}$  pour les jauges intermédiaires et externe à  $t = 495\text{ s}$  ( $12375\text{ cycles}$ ).

Les paragraphes suivants montrent que la différence entre la fibre centrale et la fibre externe varie en fonction des conditions expérimentales et est plus ou moins accentuée suivant le niveau de sollicitation.

Les résultats présentés en figure C2.9 mettent aussi en évidence un temps caractéristique pour atteindre la déformation moyenne maximale.

Celui-ci diffère selon l'implantation de la jauge : le maximum de déformation moyenne est atteint d'autant plus tôt que la zone de mesure est proche du bord.

Enfin, les déformations moyennes mesurées sur une même section se différencient de plus en plus en phase B à l'approche de la fissuration macroscopique.

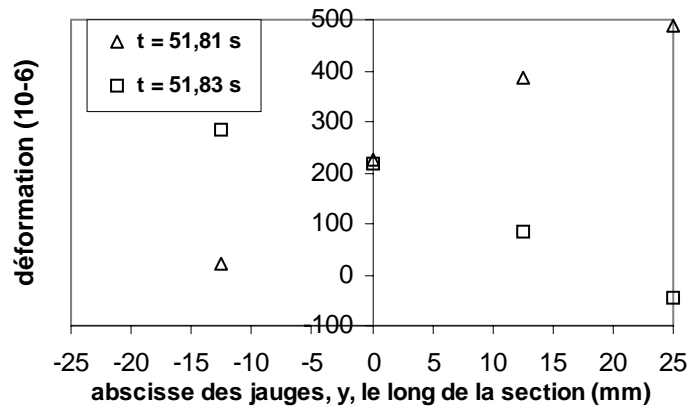
Les courbes de la figure C2.9 montrent ainsi une pente de décroissance plus forte pour les jauges externes. Cette décroissance est d'autant moins marquée que la mesure est effectuée proche du centre de l'éprouvette : la pente des jauges III et IV, en position médiane sur la section, est plus forte que celle de la jauge II située au centre.

Ainsi le phénomène qui provoque la baisse de la déformation moyenne,  $\varepsilon_m(t)$ , se produit d'abord sur les bords et s'étend progressivement au centre.

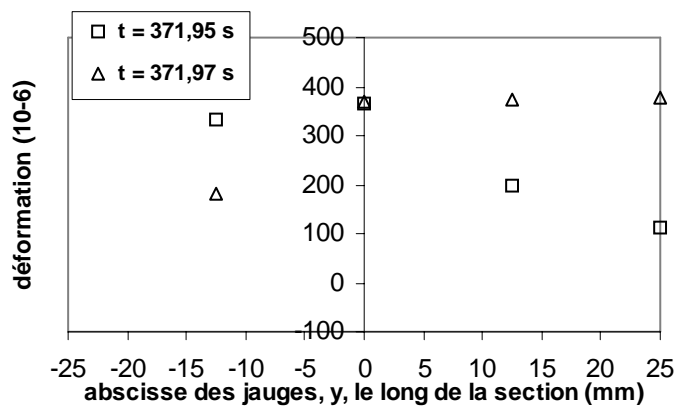
Les phénomènes observés amènent à deux conclusions principales :

- i) pendant la phase A et le début de la phase B, la cinématique d'une section est en accord avec l'hypothèse de tranche plane de l'approche de la Résistance des Matériaux en début d'essai (cf. figure C2.10a) ;
- ii) en phase B et à l'approche de la fissuration macroscopique la cinématique d'une même section perd progressivement son homogénéité (cf. figure C2.10b).

Ce dernier point est abordé au §4.3.3b de la partie D où nous en proposons une explication.



(a) en cours de phase A



(b) en cours de phase B

Fig. C2.10 : Déformations verticales le long de la section la plus sollicitée à différents instants,  $t$

(la disposition des jauges est celle de la figure C2.9; axe de symétrie en  $y = 0$ )

### 2.2.3 Répartition verticale des déformations

Dans le but d'étudier la répartition verticale des déformations, plusieurs éprouvettes ont été équipées de jauges disposées à différentes cotes comme peut le montrer la figure C2.11.

Ces essais permettent de compléter l'analyse du champ de déformation.

Les mesures effectuées sur des sections de cote supérieure à 48 mm mènent à des résultats comparables qualitativement à ceux obtenus pour la section la plus sollicitée :

- l'évolution de l'extension moyenne est similaire (on retrouve les trois phases décrites précédemment) ;
- la déformation moyenne globale d'une section (moyenne de la déformation moyenne des jauges) reste inférieure ou égale à l'amplitude de déformation mesurée en fibre externe.

Cette dernière constatation implique aussi que la déformation moyenne globale d'une section quelconque est inférieure à celle de la section la plus sollicitée.

Cependant le comportement des sections éloignées de la zone la plus sollicitée diffère sur deux points essentiels de celui de cette zone de plus grande amplitude de déformation :

- les déformations moyennes au centre et en fibre externe sont davantage homogènes sur la section ;
- les amplitudes de déformations mesurées en fibre externe évoluent différemment selon la section.

#### a – Evolution de la déformation moyenne, $\varepsilon_m(t)$

La figure C2.11 présente l'évolution de  $\varepsilon_m(t)$  en différents points de la surface de l'enrobé bitumineux.

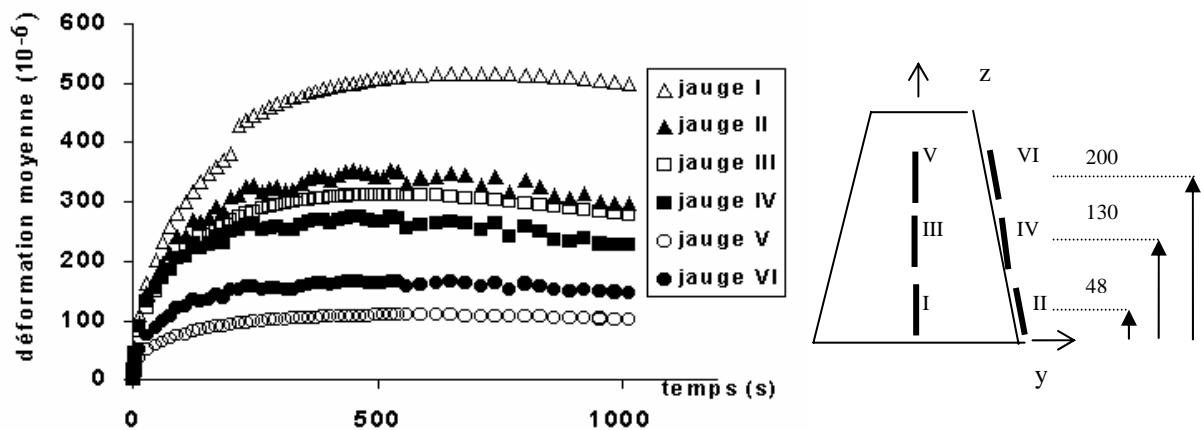


Fig.C2.11 : Déformation moyenne relevée à 48, 130 et 200 mm de la base inférieure de l'éprouvette ( $20^{\circ}\text{C}$ , 25 Hz et  $V_{imp}=380 \mu\text{m}$ ) et schéma de l'implantation des jauges extensométriques (cotes en mm)

Les courbes de la figure C2.11 illustrent ainsi que :

- i) à  $z = 48 \text{ mm}$  la différence entre le comportement moyen au centre ( $\varepsilon_{Im}$ ) et en fibre externe ( $\varepsilon_{IIm}$ ) augmente rapidement :  $\varepsilon_{Im} - \varepsilon_{IIm} = 168.10^{-6}$  au bout de 650 s (16250 cycles) ;
- ii) les valeurs de  $\varepsilon_{IIm}$  et  $\varepsilon_{IVm}$  (jauges en fibre externes respectivement situées à 48 et 130 mm) sont proches, ce sont aussi des sections pour lesquelles les amplitudes de déformation sont peu différentes, respectivement  $272.10^{-6}$  et  $245.10^{-6}$  en début d'essai ;
- iii) la différence entre les déformations moyennes au centre et au bord est d'autant plus faible, à un instant donné, que la section de mesure est éloignée de la zone de plus forte sollicitation : à  $t=650 \text{ s}$ , cette différence est de  $41.10^{-6}$  à  $z=130 \text{ mm}$ , et de  $-56.10^{-6}$  à  $z=200 \text{ mm}$  (la déformation moyenne en fibre externe est supérieure à celle mesurée au centre, i.e.  $\varepsilon_{Vm} < \varepsilon_{Vim}$ ).

Ces observations confirment l'existence du gradient de déformation au sein de l'enrobé comme cela est supposé dans le §2.1.2 (division par 5 de la valeur de déformation moyenne entre la section la plus sollicitée et celle située à 200 mm de la base).

### b – Evolution des amplitudes de déformation, $\varepsilon_a(t)$

Les courbes de la figure C2.12 (cf. figure C2.11 pour la numérotation des jauges) montrent l'évolution des amplitudes de déformation  $\varepsilon_a(t)$  en fibre externe :

- sur la section la plus sollicitée l'amplitude augmente jusqu'à la fissuration macroscopique, après quoi elle décroît rapidement (jauge II fig.C2.12) - elle augmenterait rapidement si la jauge avait rompu ;
- pour les sections de cote supérieure, la croissance de l'amplitude est faible (jauge IV à  $z = 130$  mm), voire elle décroît (jauge VI à  $z = 200$  mm).

En définitive, plus la section considérée est éloignée de la zone de plus grande sollicitation, à  $z = 48$  mm, plus l'amplitude de déformation en fibre externe décroît rapidement. Ce comportement est relevé quel que soit le niveau de sollicitation appliqué.

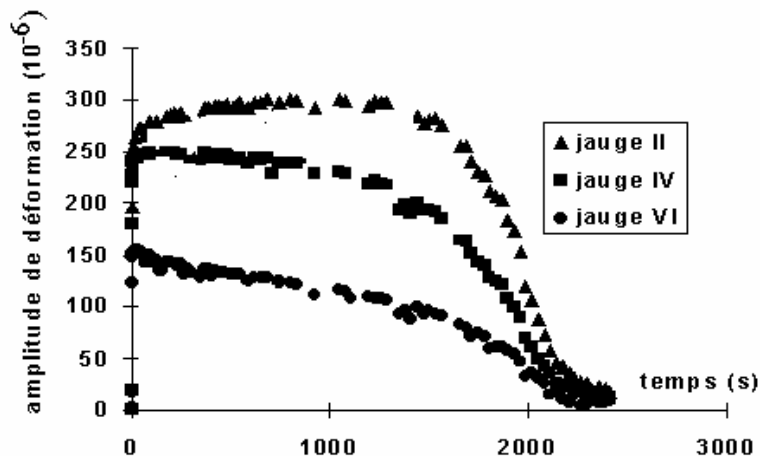


Fig.C2.12 : Evolution de l'amplitude de déformation  $\varepsilon_a(t)$  en fibre externe à  $z = 48, 130$  et  $200$  mm pour un essai à  $20^\circ\text{C}$ ,  $25$  Hz et  $380$   $\mu\text{m}$  d'amplitude de flèche.

La comparaison des courbes C2.11 et C2.12 permet d'affirmer que la valeur maximale de la déformation moyenne globale est bornée par la valeur de l'amplitude de déformation en fibre externe.

### c - Conclusion

La cinématique des sections dans l'ensemble de l'éprouvette peut être raisonnablement assimilée à un fonctionnement en "tranches planes" pour le début d'essai et assez loin dans la phase B.

La différence forte, en phase B, entre  $\varepsilon_m(t)$  au centre et en fibre externe reste un phénomène essentiellement localisé sur la section la plus sollicitée.

De plus ce phénomène est peu important pour les faibles niveaux de sollicitation (cf. §2.3), c'est-à-dire ceux utilisés pour les essais de fatigue (amplitude de déplacement inférieure à  $200$   $\mu\text{m}$ ).

Dans les paragraphes suivants consacrés à l'étude de l'incidence des paramètres expérimentaux, nous postulons donc que la cinématique des sections de l'enrobé est



conforme à l'hypothèse des tranches planes. Nous en confronterons la pertinence à la lumière des résultats collectés.

## 2.3 Incidence du niveau de sollicitation

Les résultats exposés dans le §2.2 mettent en évidence la coïncidence entre la déformation moyenne globale d'une section et l'amplitude de déformation qu'elle subit en fibre externe. L'objet de ce paragraphe est d'étudier plus précisément l'influence du niveau de déformation imposé.

### 2.3.1 Conditions expérimentales

La disposition type des jauges est celle de la figure C2.13. Cette configuration réduite à quatre jauges permet en effet de s'affranchir des gauchissements parasites : une sur chaque bord et les deux autres sur l'axe de symétrie de chacune des faces trapézoïdales.

Les jauges sont centrées sur la section située à 48 mm de la base inférieure du matériau.

Les amplitudes de flèche imposées sont comprises entre 130 et 750  $\mu\text{m}$  (resp.  $100 \cdot 10^{-6}$  et  $577 \cdot 10^{-6}$  d'amplitude maximale de déformation) pour les différentes températures et fréquences présentées dans le §1.3.1.

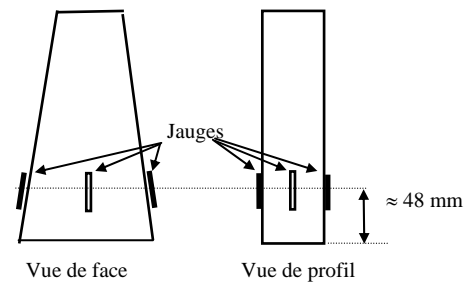


Fig.C2.13 Configuration type de l'implantation des jauges

### 2.3.2 Résultats expérimentaux

#### a – Incidence sur la déformation moyenne globale

Quelles que soient les conditions de fréquence et de température, pour un nombre de cycles de chargement donné, un niveau de sollicitation plus important entraîne systématiquement une déformation moyenne globale plus importante comme l'illustre la figure C2.14.

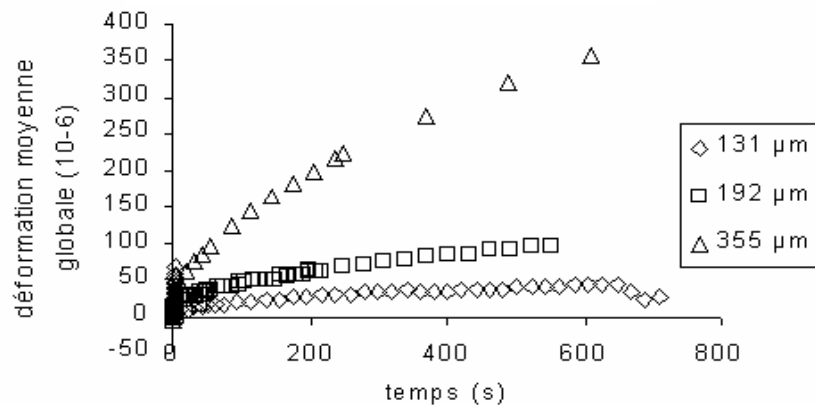


Fig.C2.14 Influence du niveau de sollicitation sur la déformation moyenne globale mesurée à  $z = 48 \text{ mm}$  pour des essais à 25 Hz et 20°C

Les courbes ci-dessus ont été obtenues sur la même éprouvette pour des sollicitations de courte durée à 10°C, 25 Hz, pour trois amplitudes de flèches imposées : 131, 192 et 355  $\mu\text{m}$  qui correspondent respectivement à des amplitudes maximales de déformation en fibre externe de  $100 \cdot 10^{-6}$ ,  $148 \cdot 10^{-6}$  et  $273 \cdot 10^{-6}$ .

Le niveau croissant de sollicitation agit aussi sur la vitesse du phénomène. La figure C2.15 montre en effet que la pente à l'origine de la déformation moyenne globale,  $\varepsilon_m(t)$ , est en général plus élevée lorsque le déplacement imposé est plus élevé, quelle que soit la température.

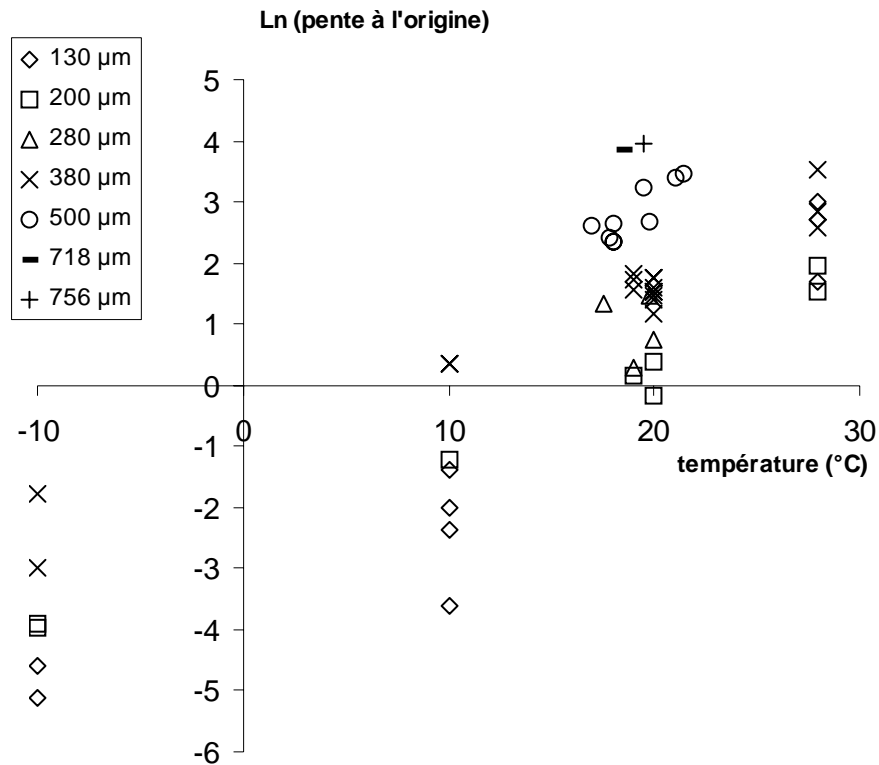


Fig.C2.15 Valeurs des pente à l'origine ( $\approx A/\tau_A$  en  $\mu\text{m}/\text{m}/\text{s}$ ) issues des courbes expérimentales de  $\varepsilon_m = f(t)$  pour différents niveaux d'amplitude de flèche imposée (en  $\mu\text{m}$ )

#### **b – Incidence sur l'homogénéité de la déformation moyenne sur une même section**

La déformation moyenne reste uniforme dans la section lors d'une sollicitation faible (figure C2.16).

Par contre un niveau élevé de sollicitation, par exemple 767  $\mu\text{m}$  d'amplitude de flèche comme présenté en figure C2.17, entraîne respectivement une contraction moyenne et une extension moyenne initiales importantes sur les deux bords opposés (resp. jauge 3 et jauge 2).

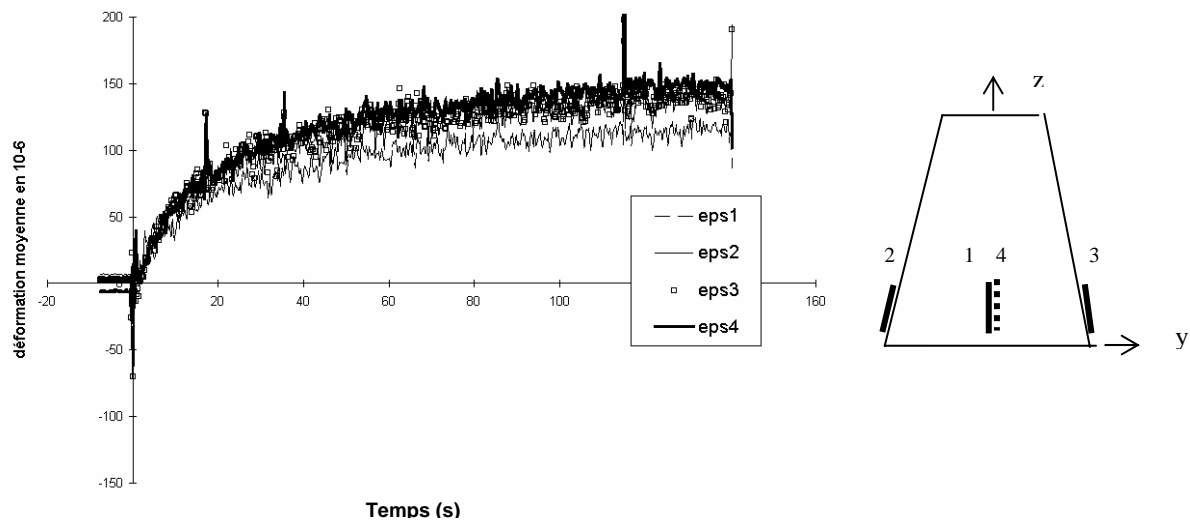


Fig. C2.16 Extension moyenne mesurée à  $z = 48$  mm pour  $20^{\circ}\text{C}$ , 25 Hz et  $280\text{ }\mu\text{m}$  d'amplitude de flèche, et schéma de l'implantation des jauges (jauge de la face opposée en pointillés).

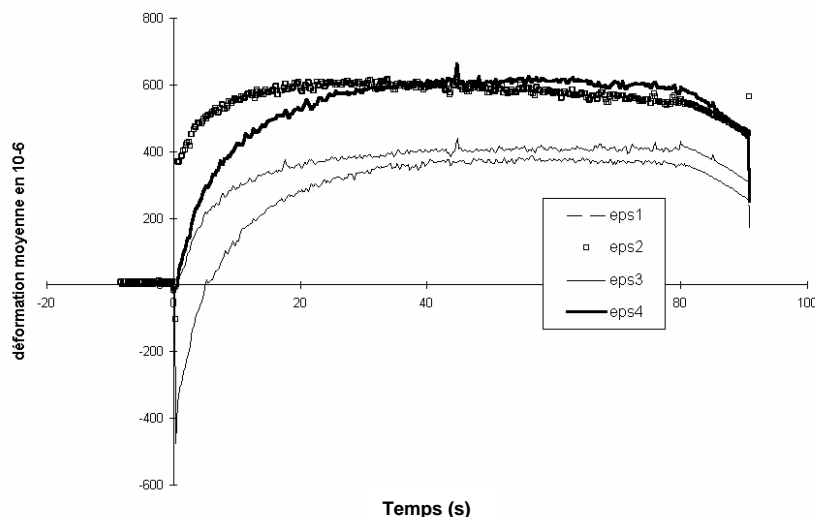


Fig. C2.17 Extension moyenne mesurée à  $z = 48$  mm pour  $19,5^{\circ}\text{C}$ , 25 Hz et  $V_{\text{imp}} = 767\text{ }\mu\text{m}$  (cf. figure C2.16 pour le détail de la légende).

Cette forte dissymétrie initiale induit une hétérogénéité persistante entre les déformations moyennes dans la section.

Cependant, l'analyse d'un tel essai en utilisant la déformation moyenne globale, moyenne des quatre jauges à chaque instant, ramène aux constats établis pour les niveaux de déformation plus faibles : évolution de l'extension moyenne globale jusqu'à un maximum en fin de phase A inférieur ou égal à l'amplitude de déformation en fibre externe.

Nous concluons qu'un fort niveau de déplacement peut ainsi amplifier la perte de symétrie lors de la flexion (défauts de collage, bras de sollicitation désaxé,...).

Enfin quel que soit le niveau d'amplitude de flèche, l'arrêt de la sollicitation après un essai de courte durée (inférieur à 10000 cycles) entraîne toujours un retour de la structure à sa géométrie initiale.

Les déformations moyennes deviennent nulles après quelques minutes à l'instar des résultats présentés au §2.1.2c.

### **c - Conclusion**

Une augmentation du niveau de sollicitation entraîne un maximum de déformation moyenne globale plus élevé et un temps de sollicitation moindre pour atteindre ce maximum en ce qui concerne les essais à 20°C (dans le §2.4 nous montrons que son sens d'évolution dépend de la température).

Le fonctionnement des sections selon une cinématique de tranches planes est bien vérifié. Nous avons vu en effet que la déformation moyenne de chacune des jauges s'écarte peu de la déformation moyenne globale en début d'essai, sauf pour les niveaux de sollicitation très importants.

## 2.4 Incidence de la température

Nous avons vu précédemment les principaux comportements en déformation de l'éprouvette d'enrobé pour différents niveaux de déplacement imposé autour de 20°C.

Les paragraphes suivants présentent l'incidence de la température d'essai sur la déformation moyenne.

Le premier paragraphe détaille les conditions expérimentales.

Le second paragraphe présente une méthode de calage des courbes expérimentales de déformation moyenne globale à l'aide d'une fonction à quatre paramètres. L'incidence de la température d'essai sur ces grandeurs caractéristiques est discutée dans les paragraphes suivants.

Le troisième paragraphe est consacré à l'incidence de la température sur la valeur maximale de la déformation moyenne en fin de phase A.

Le quatrième paragraphe aborde l'incidence de la température sur la cinétique d'extension moyenne.

Le cinquième paragraphe présente les essais à -10°C et 28°C.

Enfin le dernier paragraphe fait la synthèse de l'ensemble des résultats.

### 2.4.1 Conditions expérimentales

Les déformations ont été recueillies au niveau de la section du matériau la plus sollicitée, à l'aide de quatre jauges placées sur l'axe de symétrie et les bords de l'éprouvette (cf. figure C2.13, §2.3.1).

Les essais se sont déroulés à 25 Hz et différentes amplitudes de flèche imposée ont été testées pour chaque température.

### 2.4.2 Méthode de calage des résultats

Nous proposons le calage de  $\varepsilon_m(t)$  avec une fonction à quatre paramètres afin de simplifier la présentation des résultats sur l'extension moyenne globale.

Les mesures expérimentales des déformations moyennes à la surface des éprouvettes d'enrobé montrent une allure de la déformation en fonction du temps commune à toutes les courbes : une extension rapide jusqu'à une valeur maximale de déformation moyenne en phase A de l'essai, suivie de la chute de cette extension de façon quasi linéaire en fonction du temps jusqu'à l'apparition de la fissuration macroscopique sur les fibres externes de l'éprouvette (cf. §2.1.2b).

Pour chaque essai effectué à 25 Hz et pour déformations mesurées à la cote de 48 mm - cote correspondant à la plus grande amplitude de déformation - nous déterminons le quadruplet  $(A, \tau_A, B, \tau_B)$  permettant de vérifier :

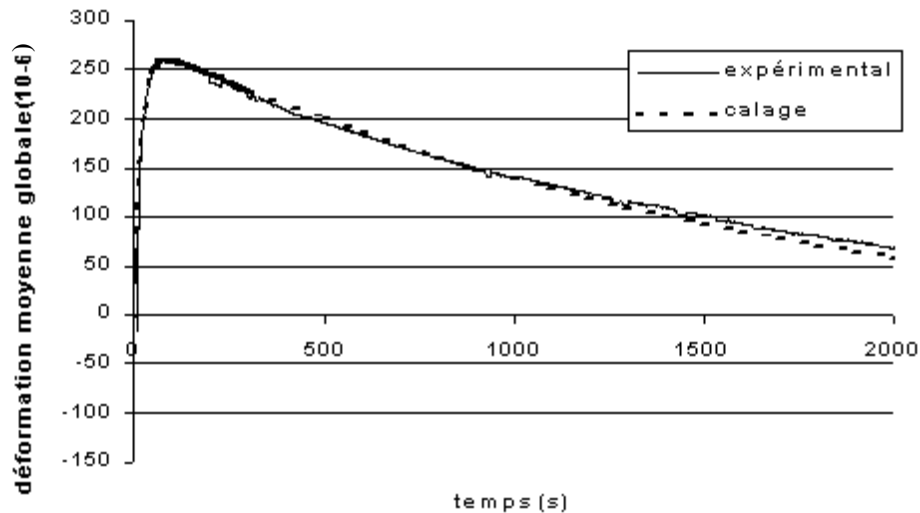
$$\varepsilon_m(t) = A(1 - e^{-t/\tau_A}) - B(1 - e^{-t/\tau_B}),$$

où le terme  $A(1 - e^{-t/\tau_A})$  est prépondérant en phase A, et le terme  $B(1 - e^{-t/\tau_B})$  dirige davantage l'évolution de la déformation moyenne en phase B. Le coefficient A est une bonne approximation de la valeur maximale de déformation moyenne ;  $\tau_A$  est à rapprocher de la durée de sollicitation nécessaire pour atteindre ce maximum ;  $A/\tau_A$  vaut environ la pente à l'origine.

Remarque : le manque d'essais de longue durée ne permet pas d'étudier les variations de  $B$  et  $\tau_B$ .

Ce calage est établi de la manière suivante :

on détermine le quadruplet des constantes ( $A, \tau_A, B, \tau_B$ ) pour chaque essai mené à 25 Hz, permettant d'atteindre la meilleure corrélation possible entre la courbe expérimentale et celle théorique (cf. exemple de résultat de la figure C2.18), à partir des quatre valeurs : pente à l'origine, valeur maximale de  $\varepsilon_m(t)$  et la durée de sollicitation associée, une valeur de  $\varepsilon_m(t)$  en phase B.



*Fig.C2.18 : Courbe expérimentale obtenue pour  $V_{imp} = 500 \mu m$ ,  $18^\circ C$  et 25 Hz ; calage obtenu pour  $A = 280 \cdot 10^{-6}$ ,  $\tau_A = 20 s$ ,  $B = 335 \cdot 10^{-6}$  et  $\tau_B = 1850 s$ .*

Les valeurs ainsi obtenues de  $A$ ,  $\tau_A$ ,  $B$  et  $\tau_B$  figurent en annexe 4 et sont utilisées dans les paragraphes suivants pour comparer le comportement des enrobés en fonction des différentes conditions d'essai.

### 2.4.3 Incidence sur la déformation moyenne maximale

En début d'essai, pour un même niveau de flèche imposée et pour un nombre de cycles fixé, la déformation moyenne globale sur une section est une fonction non monotone de la température comme nous le constatons sur la figure C2.19(a) (chaque point des graphiques correspond à un essai).

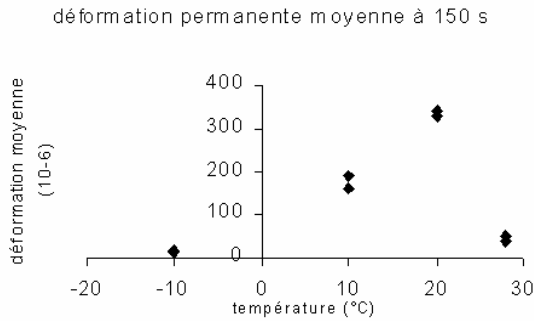


Fig. C2.19(a) : Déformation moyenne globale à 150 s (25 Hz ; 360  $\mu\text{m}$ )

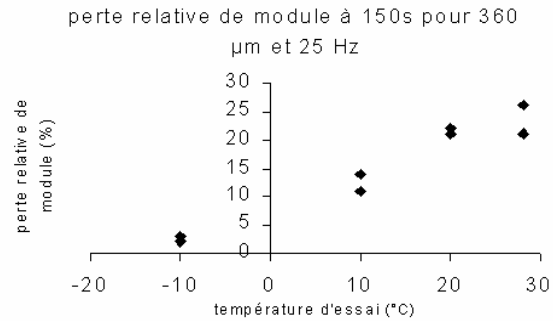


Fig. C2.19(b) : Perte relative du module après 150 s de sollicitation (25 Hz et  $V_{imp}=360 \mu\text{m}$ )

Ainsi à  $t = 150 \text{ s}$  (i.e. 3750 cycles), l'extension apparaît maximale vers  $20^\circ\text{C}$ , les valeurs obtenues à  $-10$  et  $28^\circ\text{C}$  restant négligeables face aux autres.

De plus, la figure C2.19(b) montre que entre  $-10$  et  $20^\circ\text{C}$ , à durée de sollicitation égale, l'augmentation de l'extension moyenne avec la température d'essai suit l'augmentation de la perte relative de module initial. Au-delà de cette température l'augmentation de la perte relative de module et l'extension moyenne globale ne sont plus corrélées.

La figure C2.20 montre que le maximum de la déformation moyenne globale suit une évolution "en cloche" en fonction de la température, quel que soit le niveau de déplacement imposé.

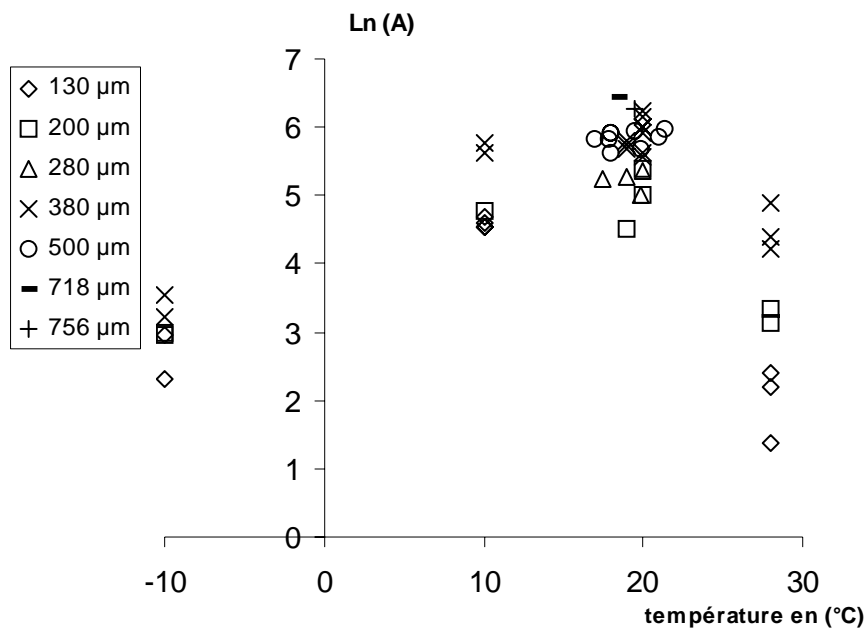


Fig.C2.20 : Valeurs A en  $\mu\text{m}/\text{m}$  issues des courbes expérimentales de  $\varepsilon_m = f(t)$  pour différents niveaux d'amplitude de flèche imposée (en  $\mu\text{m}$ )

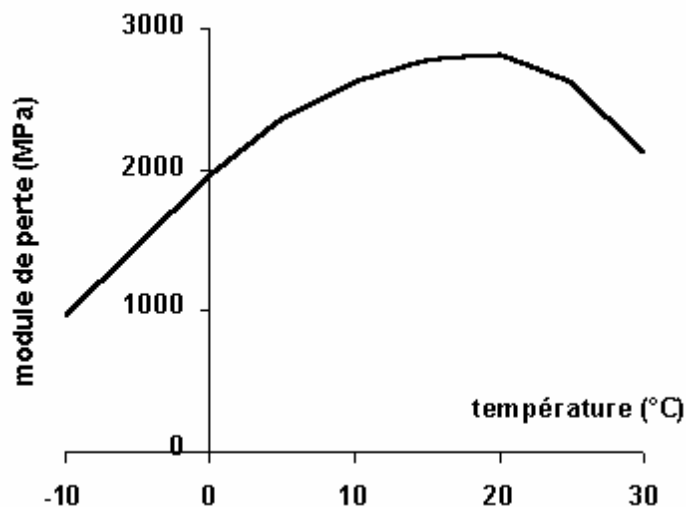


Il est intéressant de rapprocher cette allure de courbe à celle de l'évolution du module de perte (partie imaginaire du module complexe du modèle de Huet-Sayegh) en fonction de la température, figure C2.21.

Nous rappelons que le module de perte est représentatif de l'énergie dissipée par cycle par le matériau.

Ce graphique présente la même allure que celui de la figure C2.20 présentant le paramètre A de notre calage. En outre nous retrouvons la valeur maximale vers 20°C.

L'allure similaire de ces courbes établirait une relation entre les phénomènes dissipatifs dans l'enrobé et son allongement. Nous abordons ce point dans la partie consacrée à la modélisation.



*Fig.C2.21 : Evolution du module de perte du module complexe, défini pour notre matériau, à 25 Hz (modèle de Huet-Sayegh) en fonction de la température.*

Le changement de température d'essai agit aussi sur l'homogénéité des déformations moyennes d'une même section. En effet, plus la température d'essai est élevée et plus la dissymétrie apparaît rapidement entre les signaux des jauges de la même section. L'exemple le plus flagrant est obtenu au cours des essais à 28°C et fait l'objet du §2.4.5b.

#### **2.4.4 Incidence sur la cinétique d'allongement – temps caractéristique de l'extension moyenne**

La température d'essai intervient non seulement sur le maximum de la déformation moyenne mais encore sur la cinétique d'allongement.

L'incidence de la température porte donc aussi sur :

- la pente à l'origine ;
- le temps nécessaire pour atteindre le maximum de déformation moyenne globale.

### a – Evolution de la pente à l'origine

Dans un diagramme représentant la déformation moyenne en fonction du temps comme celui de la figure C2.22, la pente à l'origine est d'autant plus forte que la température est élevée, les autres paramètres expérimentaux étant fixés. La température d'essai est donc un paramètre qui accélère le phénomène.

La figure C2.23 montre de plus que plus la température est élevée plus la déformation moyenne globale atteint son maximum tôt. Nous observons par exemple que la déformation moyenne globale pour l'essai à 28°C est déjà dans sa phase de décroissance, alors qu'à 10°C cette même déformation n'a pas encore atteint son maximum.

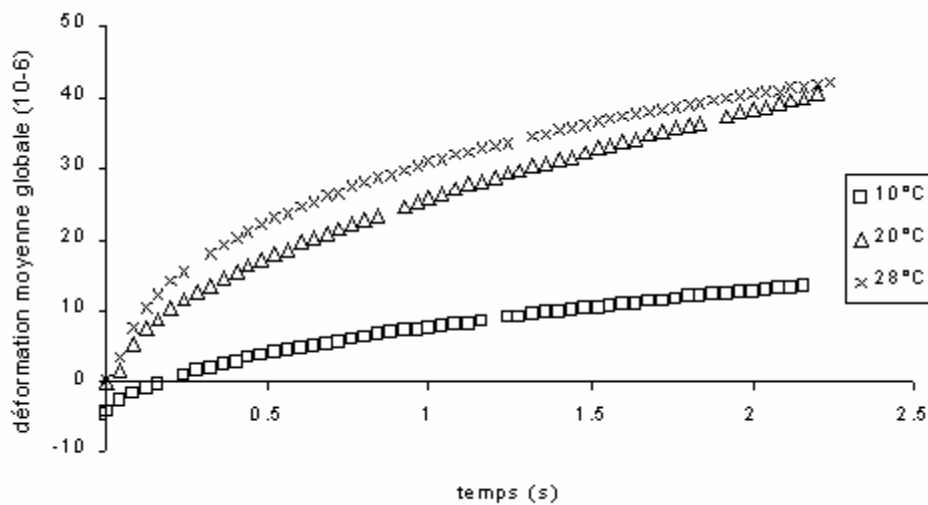


Fig. C2.22 : Déformation moyenne pour différentes températures à la section de cote 48 mm pour un essai à d'amplitude de flèche imposée 25 Hz et  $V_{imp} = 370 \mu m$ .

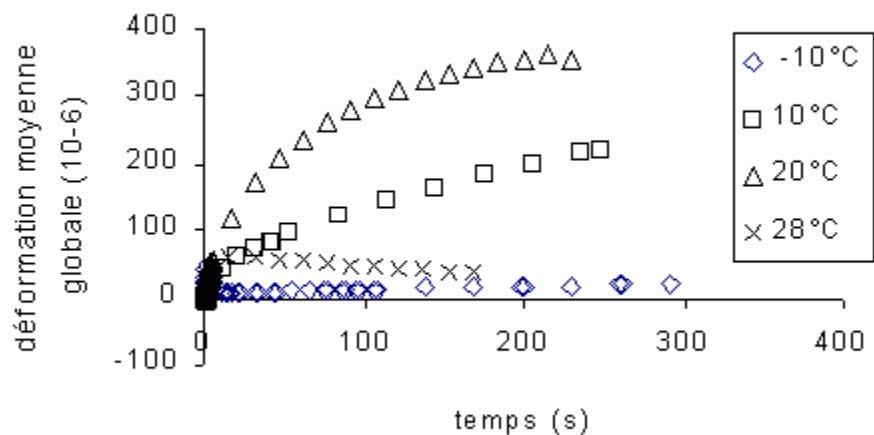


Fig. C2.23 : Déformation moyenne pour différentes températures à la section de cote 48 mm pour un essai à 25 Hz et  $V_{imp} = 370 \mu m$

Les valeurs de pente à l'origine rapportées dans la figure C2.15 (§2.3.2) montrent aussi cette tendance. Il est même possible de construire une fonction qui exprime la pente à

l'origine explicitement en fonction de l'amplitude de déplacement imposé,  $V_{imp}$ , et la température d'essai,  $\theta$  :

$$\ln(A / \tau_A) = Apo(V_{imp}) + Bpo(V_{imp}) \theta$$

(indice "po" pour pente à l'origine)

et

$$Apo(V_{imp}) = Apo_0 + Apo_1 V_{imp}$$

$$Bpo(V_{imp}) = Bpo_0 + Bpo_1 V_{imp}$$

Le tableau C2.1 montre la valeur des coefficients obtenus pour nos essais<sup>1</sup> avec  $V_{imp}$  exprimé en  $\mu\text{m}$  et  $\theta$  en  $^{\circ}\text{C}$  :

| Coefficient   | $Apo_0$ | $Apo_1$ | $Bpo_0$ | $Bpo_1$ |
|---|---------|---------|---------|---------|
| Valeur pour $V_{imp}$<br>en $\mu\text{m}$ et $\theta$ en $^{\circ}\text{C}$ | -3,7436 | 0,0048  | 0,1426  | 0,0001  |

*Tableau C2.1 : Valeur des coefficients de la courbe de calage de la pente à l'origine*

Nous disposons ainsi d'une expression simple qui permet de déterminer la pente à l'origine de la déformation moyenne globale entre  $-10$  et  $28^{\circ}\text{C}$  et entre  $130$  et  $750 \mu\text{m}$  à  $25 \text{ Hz}$ .

### **b – Mise en évidence d'un temps caractéristique d'extension**

Les essais en température mettent en évidence deux types de temps caractéristiques :

- un temps caractéristique qui définit la fin de la phase A et repère alors l'instant auquel la déformation moyenne est maximale ;
- le paramètre  $\tau_A$  défini au §2.4.2.

Le tableau C2.2 donne un aperçu de ces deux grandeurs pour des essais à  $25 \text{ Hz}$  et  $380 \mu\text{m}$  d'amplitude de flèche.

Les temps de sollicitation pour atteindre la déformation moyenne maximale sont donnés à titre indicatif car à ce niveau de déformation imposée la fissuration macroscopique survient assez tôt.

| Température d'essai ( $^{\circ}\text{C}$ )      | -10       | 10          | 20                | 28      |
|---|-----------|-------------|-------------------|---------|
| $\tau_A$ (s)                                    | 150 ; 700 | 200 ; 1000  | $\in [45 ; 160]$  | 4 ; 6   |
| Temps pour atteindre<br>Max( $\epsilon_m$ ) (s) | 399       | 400 ; ~1500 | $\in [247 ; 477]$ | 14 ; 31 |

*Tableau C2.2 : Comparaison entre  $\tau_A$  et la durée de sollicitation pour atteindre la déformation moyenne maximale (essais à  $25 \text{ Hz}$  et  $V_{imp} = 380 \mu\text{m}$ ).*

<sup>1</sup> Valeurs établies à partir des points expérimentaux par méthode des moindres carrés dans le tableur utilisé

Ces résultats montrent en outre que  $\tau_A$  évolue comme le temps de sollicitation nécessaire pour obtenir la déformation moyenne globale maximale, et en est un bon indicateur.

Par la suite nous ne retiendrons que cette valeur pour discuter de l'importance de la phase A de l'essai.

De plus ce tableau ne reflète que l'influence de la température sur les temps caractéristiques considérés, mais ces valeurs sont aussi fonction de niveau de flèche imposée et de la fréquence.

En effet l'incidence du niveau de sollicitation n'est pas la même d'une température à l'autre :

- à basse température l'augmentation de l'amplitude déplacement  $V_{imp}$  entraîne une diminution de  $\tau_A$  ;
- à haute température une telle augmentation entraîne l'augmentation de  $\tau_A$ .

En définitive nous pouvons affirmer que l'augmentation de la température d'essai diminue la valeur de  $\tau_A$ , c'est-à-dire la durée de la phase A, de façon logarithmique, les valeurs à  $-10$  et  $10^\circ\text{C}$  étant relativement proches au regard de la dispersion des résultats.

#### **2.4.5 Résultats obtenus pour les températures : -10 et 28°C**

La majorité des essais ont été effectués autour de  $20^\circ\text{C}$ . Ceux pratiqués à  $-10$  et  $28^\circ\text{C}$  présentent certaines particularités même s'ils sont qualitativement conformes aux précédents.

##### **a – Comportement à $-10^\circ\text{C}$**

En début d'essai, l'extension moyenne est homogène dans une même section.

Dans ces conditions de sollicitation,  $-10^\circ\text{C}$  et 25 Hz, l'allongement se développe lentement et n'atteint pas des niveaux élevés.

Une plus forte augmentation de la déformation moyenne se manifeste à la fissuration macroscopique : l'initiation de la fissuration macroscopique et sa propagation entraînent l'augmentation de l'amplitude de déformation en même temps que la déformation moyenne en fibre externe.

Pour cette température d'essai, la phase B de décroissance de déformation moyenne est très réduite voire inexistante en comparaison des essais conduits aux autres températures d'essai. Il semble alors que l'on passe directement du régime d'extension au régime d'initiation de la fissuration macroscopique.

##### **b – Comportement à $28^\circ\text{C}$**

Les déformations moyennes relevées sur la même section, figure C2.24, révèlent un comportement non homogène d'un côté à l'autre de l'éprouvette (jauges II et III). Par contre, les déformations moyennes des jauges centrales (jauges I et IV) sont homogènes entre elles, mais elles se distinguent fortement des jauges latérales.

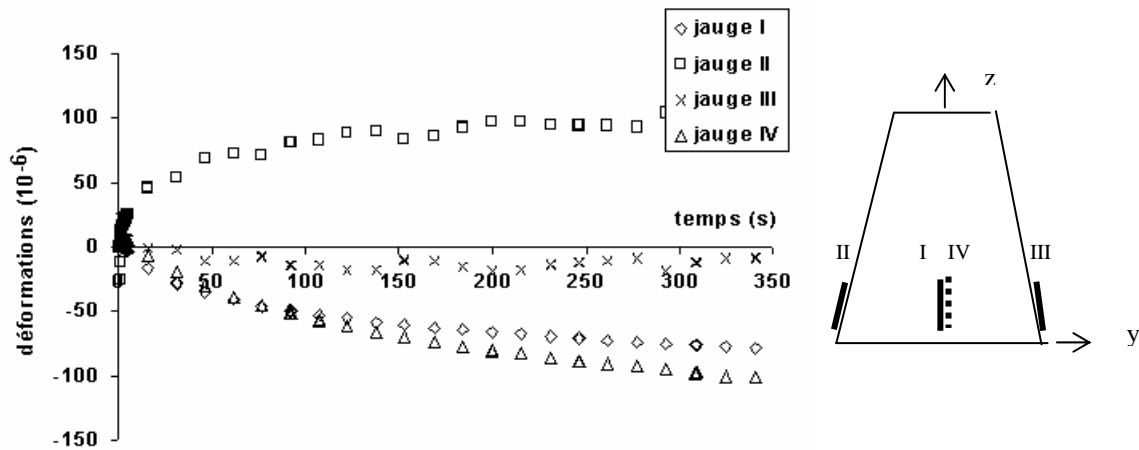


Fig.C2.24 : Déformations moyennes sur la section  $z = 48 \text{ mm}$  pour  $28^\circ\text{C}$ ,  $25 \text{ Hz}$  et  $V_{\text{imp}} = 156 \mu\text{m}$

De plus, seul le bord qui subit une contraction au premier demi-cycle, comme le montre la figure C2.25 (jauge II), présente une extension moyenne persistante (jauge II, figure C2.24). Elle tend rapidement vers une valeur seuil et n'évolue plus jusqu'à la fissuration macroscopique.

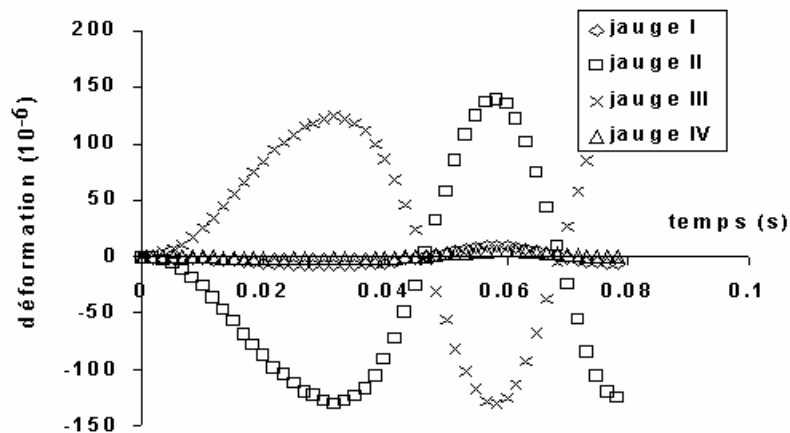


Fig.C2.25 Premier cycle pour  $28^\circ\text{C}$ ,  $25 \text{ Hz}$  et  $156 \mu\text{m}$  d'amplitude de flèche

Le côté opposé, jauge III, ne dégage pas de déformation moyenne ou se contracte faiblement au cours des différents essais quel que soit le niveau de flèche.

Les jauges centrales, jauges I et IV de la figure C2.24, se contractent après une phase courte d'extension. Pendant cette brève phase d'extension les déformations moyennes  $\varepsilon_{\text{Im}}$ ,  $\varepsilon_{\text{IIIIm}}$  et  $\varepsilon_{\text{IVm}}$  sont homogènes.

L'extension maximale au centre est une fonction croissante du niveau de sollicitation appliqué (cf. tableau C2.3).

| Amplitude de flèche imposée ( $\mu\text{m}$ ) | 160   | 190     | 360 | 390 |
|---|-------|---------|-----|-----|
| Déformation moyenne maximale. ( $10^{-6}$ )   | 8 ; 7 | 25 ; 12 | 42  | 100 |

*Tableau C2.3 Influence du niveau de sollicitation sur le maximum de déformation moyenne pour 28°C et 25 Hz.*

Enfin, à cette température d'essai la dissymétrie entre les fibres externes et le centre est amplifiée avec le niveau de flèche imposée.

#### 2.4.6 Conclusions

Nous récapitulons les résultats obtenus concernant l'influence de la température

- i) Le maximum de la déformation moyenne globale décrit une courbe "en cloche" et présente un maximum vers 20°C.  
Cette courbe est d'allure similaire à celle du module de perte.  
Par conséquent l'extension moyenne verticale du matériau est probablement liée aux phénomènes dissipatifs de l'enrobé bitumineux.
- ii) La pente à l'origine augmente avec la température d'essai.
- iii) Le temps caractéristique  $\tau_A$  défini au §2.4.2 rend compte de la durée de la phase A, et diminue en fonction de la température
- iv) A -10°C la phase B de décroissance de la déformation moyenne est réduite voire inexistante, car elle semble rapidement supplantée par la phase d'initiation de fissuration macroscopique.
- v) A 28°C le comportement est fortement non homogène d'une fibre externe à l'autre et apparaît comme une exception aux comportements recensés aux autres températures.

## 2.5 Incidence de la fréquence

Il nous a semblé intéressant d'étudier l'incidence de la fréquence de sollicitation principalement sur la déformation moyenne globale, de par son influence importante sur les résultats de fatigue classique.

Dans la suite nous mettons en évidence les principales conséquences du changement de la fréquence de sollicitation sur :

- la pente à l'origine,
- le maximum de déformation moyenne globale.

Ensuite nous analysons dans quelle mesure le principe d'équivalence fréquence/température des enrobés bitumineux peut être appliqué au phénomène d'allongement de l'éprouvette.

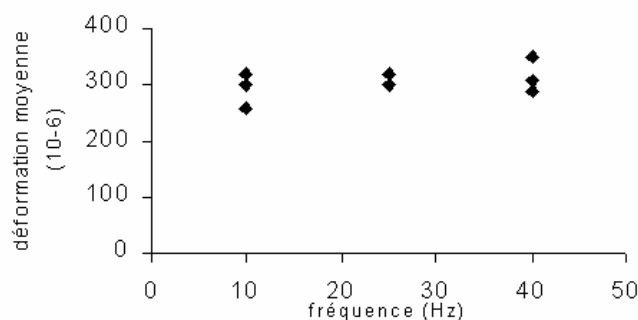
### 2.5.1 Conditions expérimentales

Trois niveaux de fréquence ont été testés : 10, 25 et 40 Hz. Les essais à 10 et 40 Hz ont été effectués pour une amplitude de flèche imposée de  $380\text{ }\mu\text{m}$  (équivalent à environ  $290 \cdot 10^{-6}$  d'amplitude de déformation maximale) et  $20^\circ\text{C}$ .

La section de mesure est celle pour laquelle l'amplitude théorique de déformation en fibre externe est maximale, c'est-à-dire à 48 mm de la base inférieure de l'éprouvette.

### 2.5.2 Résultats expérimentaux

En début d'essai l'extension moyenne globale ne dépend que du nombre de cycles de sollicitation comme l'illustre la figure C2.26.



*Fig.C2.26 : Déformation moyenne globale à 3000 cycles (i.e. 300 s, 120 s et 75 s respectivement pour 10, 25 et 40 Hz) pour  $20^\circ\text{C}$  et  $V_{imp}=380\text{ }\mu\text{m}$*

L'influence de la fréquence ne se distingue qu'ensuite :

- i) Le maximum d'extension moyenne globale croît avec le niveau de fréquence du déplacement imposé (figure C2.27 et valeur de A du tableau C2.4).

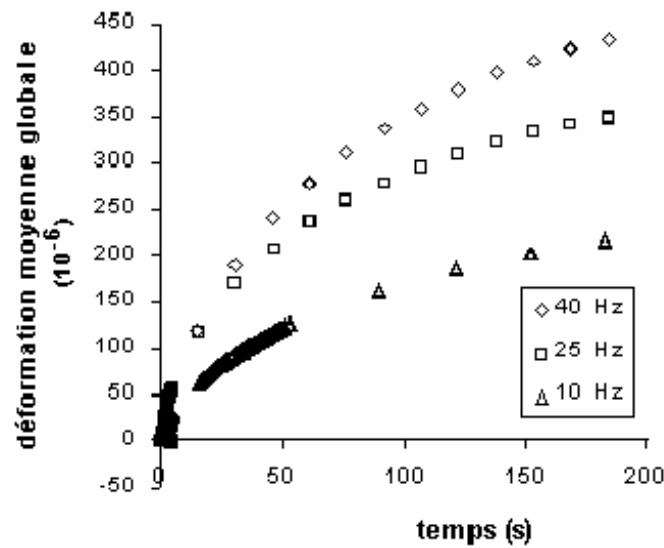


Fig.C2.27 : Influence de la fréquence d'essai sur l'extension moyenne globale (20°C, 380  $\mu\text{m}$  d'amplitude de flèche)

- ii) Le maximum d'extension moyenne globale intervient au bout d'un nombre plus grand de cycles mais pour un temps de sollicitation plus court lorsque la fréquence augmente :

fin de la phase A à 10 Hz : 8848 cycles et 885 s,

fin de la phase A à 40 Hz : 22000 cycles et 550 s.

Le tableau C2.4 permet de mieux apprécier ce phénomène au travers des paramètres A,  $\tau_A$  et de la pente à l'origine pour ces essais.

Le tableau ci-dessous regroupe les résultats de huit essais que nous avons réalisés pour l'étude de la fréquence. Ils ont nécessité trois éprouvettes : deux ont été sollicitées aux trois fréquences et la troisième uniquement à 10 et 40 Hz.

Les résultats du tableau C2.4 se lisent de la façon suivante : le résultat relatif à une même éprouvette conserve le même emplacement d'une case à l'autre (i.e. le 1<sup>er</sup> chiffre pour l'éprouvette 1, 2<sup>ème</sup> chiffre pour l'éprouvette 2 et 3<sup>ème</sup> chiffre pour l'éprouvette 3).

| Paramètres            | A ( $10^{-6}$ ) | $\tau_A$ (s)  | $\tau_{An} = \tau_A \times Fq$<br>(nb cycles) | Po=Pente à l'origine<br>( $10^{-6}/\text{s}$ ) | Po <sub>n</sub> =Pente à l'origine / Fq<br>( $10^{-6}/\text{cycle}$ ) |
|-----------------------|-----------------|---------------|---|--|---|
| Essais<br>20°C, 10 Hz | 320; 310; 330   | 200; 130; 120 | 2000; 1300; 1200                              | 5,2; 10,5; 8,9                                 | 0,52; 1,05; 0,89  |
| Essais<br>20°C, 25 Hz | 400; 475; /     | 80; 110; /    | 2000; 2750; /                                 | 14,1; 15,5; /                                  | 0,56; 0,62  |
| Essais<br>20°C, 40 Hz | 500; 680; 720   | 80; 160; 140  | 3200; 6400; 5600                              | 14,2; 13,4; 11,5                               | 0,35; 0,33; 0,29  |

Tableau C2.4 Valeurs des paramètres A,  $\tau_A$  et de la pente à l'origine des essais en fréquence (Fq = fréquence en Hz)



Ce tableau montre le temps caractéristique  $\tau_A$  et la pente à l'origine ramenés au nombre de cycles qui sont alors respectivement désignés par  $\tau_{An}$  et  $Po_n$ .

Les valeurs de  $\tau_A$ ,  $Po$  et  $Po_n$  ne permettent pas de déterminer une loi d'évolution en fonction de la fréquence.

Par contre nous remarquons que l'augmentation de la fréquence provoque un allongement de la phase A, et une augmentation de  $\tau_{An}$  en accord avec le résultat du ii).

## 2.6 Résultats des essais de fatigue à force imposée

En plus des essais à déplacement imposé nous avons effectué quelques essais complémentaires à force imposée.

Ces essais de flexion ont été pratiqués au LRPC<sup>2</sup> de Bordeaux et portent sur les mêmes éprouvettes que celles utilisées lors de la campagne expérimentale au LCPC de Nantes.

Traditionnellement ces essais conduisent à des durées de vie plus courtes qu'à déplacement imposé pour des conditions initiales similaires.

Nous présentons tout d'abord les résultats expérimentaux obtenus pour trois niveaux de sollicitation à 25 Hz et 20°C, puis pour trois températures d'essai à 25 Hz et 300µm.

### 2.6.1 Conditions expérimentales

La métrologie employée pour les essais à force imposée est la même que celle utilisée pour les essais à déplacement imposé (cf. §1.2) :

- jauges extensométriques pour les déformations verticales ;
- capteur piézo-électrique pour la force en tête ;
- capteur de déplacement sans contact pour le déplacement en tête.

Les conditions expérimentales sont récapitulées dans le tableau C2.6 :

| $V_{imp}$ (µm)   | 210                 | 250                 | 300                  |
|------------------|---------------------|---------------------|----------------------|
| Température (°C) |                     |                     |                      |
| 16               |                     |                     | X ( $F_{imp}=115N$ ) |
| 20               | X ( $F_{imp}=65N$ ) | X ( $F_{imp}=80N$ ) | X ( $F_{imp}=90N$ )  |
| 24               |                     |                     | X ( $F_{imp}=65N$ )  |

Tableau C2.6 Plan expérimental des essais à force imposée et 25 Hz ( $F_{imp}$ , amplitude de force imposée en tête de l'éprouvette)

Notre but ici n'est pas d'observer la récupération de l'enrobé avec l'insertion de phases de repos, si bien que chaque essai est effectué avec une nouvelle éprouvette.

### 2.6.2 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux concernent d'une part l'évolution du module de l'enrobé au travers de celle de l'amplitude du déplacement en tête, et d'autre part la moyenne globale et l'amplitude des déformations verticales de la section la plus sollicitée.

Avant de présenter l'incidence du niveau de sollicitation et de la température sur nos résultats, nous mettons en lumière la non homogénéité des déformations moyennes en différents points de la section d'étude.

La déformation moyenne globale est la moyenne du signal moyen des jauges d'une même section pour chaque cycle. Or si cette déformation moyenne globale correspond

<sup>2</sup> Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées

effectivement à l'extension homogène de la section en début d'essai, elle cache la non homogénéité croissante entre les signaux de chaque jauge qui se déclare ensuite.

La figure C2.28 illustre ce phénomène qui est analogue à celui présenté dans la figure C2.9 du §2.2.2, mais qui se révèle plus important pour ces essais à force imposée.

La figure ci-dessous montre une extension moyenne homogène rapide en début d'essai dans les 100 premières secondes.

Contrairement aux essais à déplacement imposé nous n'assistons pas à la chute de l'extension moyenne en phase B. Cette extension continue en effet de croître et beaucoup plus fortement au centre de l'éprouvette que sur les bords, d'où la forte non homogénéité des déformations dans la section.

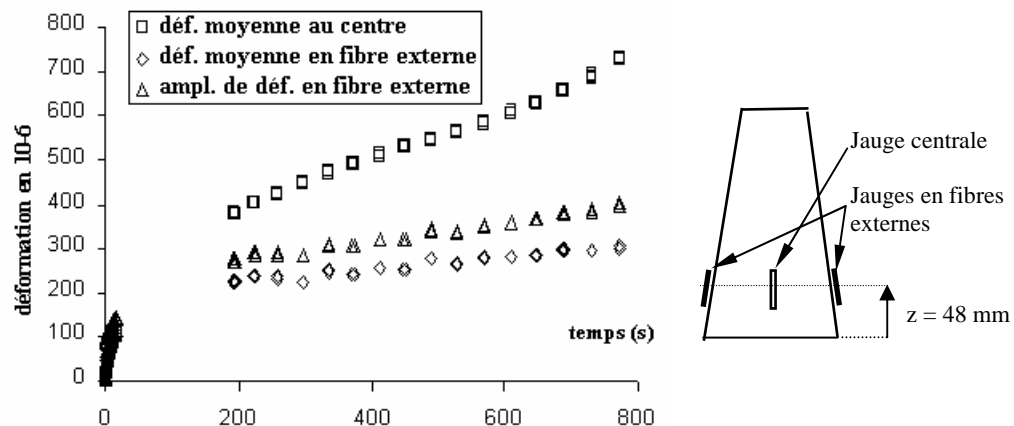


Fig.C2.28 Amplitude de déformation et déformation moyenne pour un essai à 20°C, 25 Hz et pour  $V_{imp} = 300 \mu m$  initialement – Schéma de l'implantation des jauges

En fibre externe la relation  $\varepsilon_m(t) \leq \varepsilon_a(t)$ , l'amplitude de déformation, reste valide et cette relation s'applique aussi à la déformation moyenne globale comme nous le montrons par la suite dans la grande majorité des essais pratiqués.

#### a - Incidence de différents niveaux de force imposée

Trois niveaux de sollicitations ont été testés et les résultats de déformation moyenne globale et d'amplitude de déplacement en tête sont restitués en figure C2.29.

Nous constatons que les résultats de déformations moyennes globales sont qualitativement en accord avec ceux à déplacement imposé : l'augmentation du niveau de sollicitation provoque une extension moyenne plus grande.

Notons que les essais sont arrêtés lorsque le double d'amplitude initiale de déplacement est atteint, valeur pour laquelle la norme prévoit la fissuration macroscopique du matériau.

La déformation moyenne augmente en deux phases distinctes comme le montre la figure C2.29a : une extension rapide qui correspond à la phase A décrite pour les essais pilotés en déplacement, suivie d'une extension moins forte. Cette croissance est à mettre en parallèle avec l'augmentation de l'amplitude de déplacement (figure C2.29b). Cette constatation confirme la dépendance entre l'amplitude de déformation subie par une section et l'évolution de l'extension moyenne.

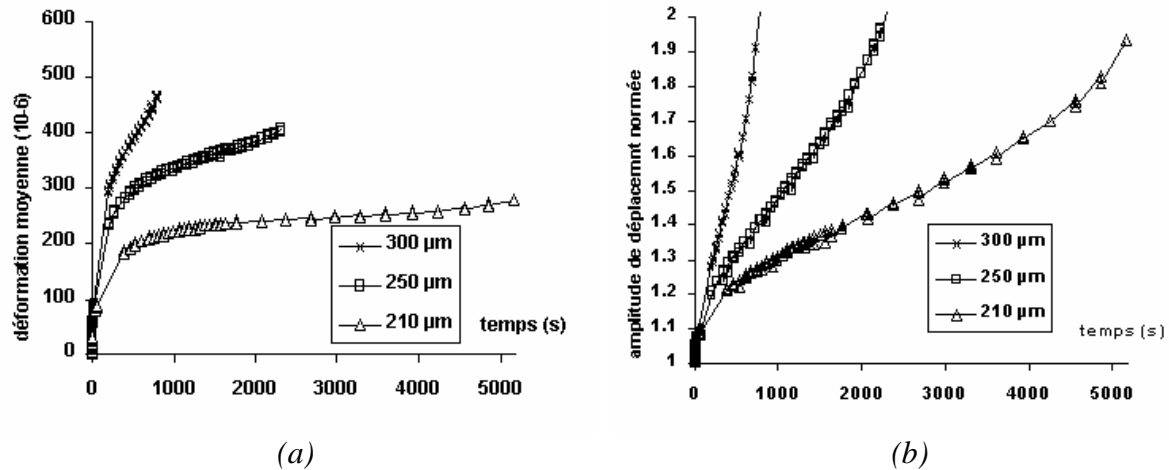


Fig.C2.29 Incidence de différents niveaux d'amplitude de force imposée à 20°C et 25 Hz :  
 (a) sur la déformation moyenne à  $z = 48$  mm  
 (b) sur l'amplitude de déplacement en tête

### b - Incidence de la température d'essai

Les essais en température ont été effectués à 16, 20 et 24°C. Le choix des températures extrêmes a été conditionné par les limites mécaniques de l'appareillage expérimental pour les niveaux de sollicitation testés.

Les résultats d'extension moyenne obtenus pour ces essais sont présentés en figure C2.30 et montrent des résultats similaires qualitativement à ceux obtenus à déplacement imposé :

- la pente à l'origine est plus forte avec une température d'essai plus élevée ;
- après la première phase de l'essai passé, environ 200 s cette valeur décroît avec l'augmentation de la température d'essai si nous considérons la valeur de déformation moyenne à un instant donné.

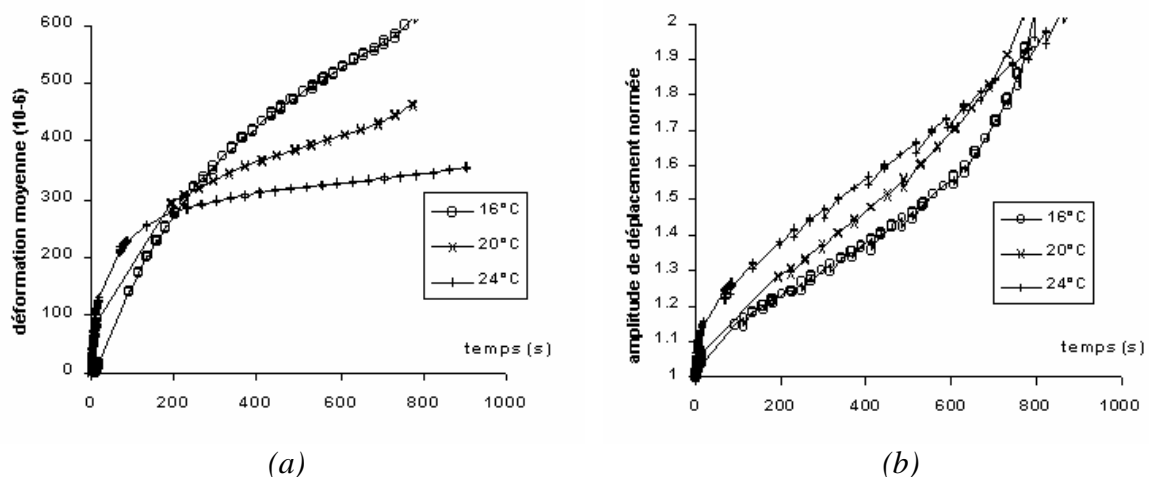


Fig.C2.30 Incidence de la température d'essai pour  $V_{imp} = 300$  μm initialement et 25 Hz :  
 (a) sur la déformation moyenne à  $z = 48$  mm  
 (b) sur l'amplitude de déplacement en tête

La difficulté de tester des températures d'essai inférieures à 16°C ne permet pas de vérifier si la déformation moyenne en fin de phase A à un instant donné, présente une allure "en cloche" en fonction de la température (cf. figure C2.19a pour les essais pilotés en déplacement, §2.4.3).

### 2.6.3 Conclusions

Les déformations moyennes mesurées lors des essais en force et celles mesurées pendant les essais en déplacement présentent les points communs suivants :

- existence de trois phases (la troisième phase n'étant qu'initiée ici) comparables aux phases A, B et C définies pour l'essai à déplacement imposé. Par contre la déformation moyenne continue d'augmenter en phase B alors qu'elle décroît pour les essais à déplacement imposé ;
- la déformation moyenne est inférieure ou égale à l'amplitude de déformation en fibre externe ;
- pour un instant  $t$  fixé, la déformation moyenne est une fonction croissante du niveau de sollicitation appliqué ;
- une température d'essai plus élevée implique une pente à l'origine de la déformation moyenne en fonction du temps plus élevée et une valeur en fin d'essai moindre.

## 2.7 Synthèse des résultats et conclusions

La campagne expérimentale menée sur le banc de fatigue LPC à déplacement imposé met en évidence que :

- i) la fatigue des enrobés bitumineux provoque un **allongement vertical** significatif des éprouvettes quelles que soient les conditions de niveau et de fréquence de sollicitation, et de température d'essai ;
- ii) **le signal de déformation** verticale mesurée à la surface de l'enrobé **est pseudo-sinusoidal** et est décomposable en la somme d'une extension moyenne (moyenne sur un cycle) et d'une partie sinusoïdale, et cette déformation moyenne et l'amplitude associée évoluent lentement vis-à-vis de l'échelle de temps d'une période de sollicitation ;
- iii) **l'extension moyenne** verticale des sections **décrit une évolution en trois phases** qui coïncide avec celles de la perte de force en tête : l'extension moyenne globale croît rapidement jusqu'à un maximum (correspondant à l'évolution rapide de la force en tête), puis décroît quasi-linéairement en fonction du temps et chute rapidement lorsque la fissuration macroscopique est importante (sauf pour les essais à force imposée, cf. x)) ;
- iv) l'intervention d'un temps de **repos** suffisant après une sollicitation courte permet au matériau de **recupérer totalement ses propriétés mécaniques** initiales ;
- v) **l'extension moyenne** est **maximale** au niveau de la section qui subit **l'amplitude de déformation maximale** ;
- vi) **les extensions moyennes** mesurées en différents points **d'une même section sont homogènes** pour la majorité des conditions expérimentales (sauf haute température) tant que la fissuration macroscopique ne s'est pas déclarée ;
- vii) l'analyse des résultats au travers de la **déformation moyenne globale** (moyenne des signaux moyens des différentes jauges d'une même section) permet de s'affranchir des effets des mouvements anti-plans parasites rencontrés notamment à fort niveau de déplacement ;
- viii) la déformation moyenne globale reste **inférieure ou égale à l'amplitude de déformation** mesurée en fibre externe de l'éprouvette ;
- ix) en fonction de la température d'essai, **le maximum de la déformation moyenne** globale mesurée à la section la plus sollicitée **varie comme le module de perte** défini par le modèle de Huet-Sayegh : l'allongement de l'éprouvette semble lié aux phénomènes dissipatifs des enrobés bitumineux en fatigue ;
- x) la déformation moyenne mesurée au cours des **essais à force imposée** continue de croître en phase B, contrairement aux essais pilotés en déplacement.

Enfin le tableau C2.7 fait la synthèse des incidences des paramètres expérimentaux sur les paramètres mesurés :

| Paramètres expérimentaux                | $\text{Max}(\varepsilon_m)$                      | $\tau_{An}$   | $Po_n$        |
|---|--|---|---------------|
| $V_{imp}$<br>[130 ; 800 $\mu\text{m}$ ] | $\nearrow$                                       | $\searrow$ ( $\theta \leq 20^\circ\text{C}$ )<br>$\nearrow$ (à $28^\circ\text{C}$ ) | $\nearrow$    |
| $\theta$<br>[-10 ; $28^\circ\text{C}$ ] | $\sim 20^\circ\text{C}$<br>$\nearrow$ $\searrow$ | $\searrow$  | $\nearrow$    |
| $Fq$<br>[10 ; 40 Hz]                    | $\nearrow$                                       | $\nearrow$  | $\Rightarrow$ |

Légende :

$V_{imp}$  : amplitude de déplacement imposé ;  $\theta$  : température d'essai ;  $Fq$  : fréquence de sollicitation ;  $\text{Max}(\varepsilon_m)$  : déformation moyenne globale maximale ;  $\tau_{An}$  : temps caractéristique défini pour  $\varepsilon_m(t)$  exprimé en nombre de cycles ;  $Po_n$  : pente à l'origine de  $\varepsilon_m(t)$  exprimée en nombre de cycles

*Tableau C2.7 Incidence de l'augmentation des paramètres d'essai pour les essais à déplacement imposé*

## **D – MODELISATION DU COMPORTEMENT DE L'ENROBE BITUMINEUX LORS DE L'ESSAI DE FATIGUE**



## **1 OBJECTIFS ET FONDEMENTS DE LA MODELISATION**

### **1.1 But de la modélisation**

Les observations expérimentales rapportées précédemment sur la phase A et en particulier sur l'allongement de l'éprouvette conduisent à compléter l'interprétation phénoménologique d'origine thermique du début des essais de fatigue [De La Roche, 1996].

Les valeurs de coefficient de dilation des enrobés (quelques dizaines de  $\mu\text{m/m}$ ) sont insuffisantes pour que les échauffements mesurés ou simulés au cours de cette phase puissent rendre compte des allongements mesurés par simple effet de dilatation de l'enrobé.

Nous définissons alors l'enrobé bitumineux comme le lieu d'un endommagement sous la forme de micro-fissures qui se créent et se propagent dans le liant. Ces micro-fissures s'ouvrent et se referment alternativement pendant chaque cycle de sollicitation.

La modélisation semi-analytique développée dans les paragraphes suivants montre que le couplage de la visco-élasticité et de ce mécanisme d'endommagement unilatéral provoque l'extension moyenne mesurée aux cours des essais précédents.

Nous montrons aussi que ce type d'endommagement induit une perte de module du matériau et que la prise en compte de l'échauffement de l'éprouvette amplifie non seulement l'allongement du matériau mais aussi la perte de module.

Cette approche présente de plus l'intérêt de traiter ce problème de sollicitation cyclique selon deux échelles de temps pour optimiser la vitesse du calcul numérique.

Même si notre modèle fait l'hypothèse d'un endommagement faible, nous donnons cependant des résultats pour une loi d'endommagement qui introduit la notion de dommage critique pour lequel le matériau est proche de la fissuration macroscopique.

Ce concept illustre l'extension possible de notre modélisation à la prédiction de l'initiation de fissure grâce à la mécanique de l'endommagement.

## 1.2 Fondements du modèle d'endommagement unilatéral des enrobés bitumineux sous chargement cyclique

Nos hypothèses d'endommagement dans les enrobés bitumineux sont issues principalement des résultats de l'essai de Rupture Locale Répétée du Bitume (RLRB) [Stéfani 1987, De la Roche et al. 1999, Brachet 1999, Jurine 2000], combinés à ceux de notre campagne expérimentale.

Les essais RLRB mettent en évidence la création et la propagation de micro-fissures dans le liant, dues à la forte concentration de contrainte dans les films de bitumes les plus fins entre deux granulats.

Nos essais de fatigue apportent des précisions sur la cinématique d'extension moyenne qui se produit dans chaque section d'éprouvette.

### 1.2.1 Apport de l'essai de Rupture Locale Répétée du Bitume (RLRB)

Cet essai est un modèle dilaté du contact entre deux "grains" séparés d'un ménisque de liant qui, sous traction monotone, révèle la création de cavités (sous vide) dans le liant. Ces cavités se referment à contrainte nulle ou a fortiori en compression, et peuvent "cicatriser" si le temps de repos est suffisamment long.

Dans ce paragraphe nous rappelons les principaux résultats obtenus avec l'essai RLRB et leur utilisation faite pour construire notre modèle.

La fissuration des enrobés bitumineux peut se produire à plusieurs niveaux :

- rupture au sein du granulat lorsque celui-ci est insuffisamment résistant ;
- désadhésion à l'interface liant/granulat que l'on peut éviter par l'emploi de granulats propres et un dope d'adhésivité ;
- décohésion au sein de la matrice de liant.

L'essai de RLRB s'intéresse à ce troisième phénomène qui est celui que nous rencontrons lors des essais pratiqués dans le cadre de cette thèse. En effet, l'observation des éprouvettes après rupture totale révèle que la fissuration macroscopique se propage très majoritairement dans le liant.

Cet essai représente le rétrécissement local entre deux granulats réunis par du liant.

Ainsi une pastille de bitume, d'une épaisseur minimale de 100  $\mu\text{m}$ , sépare deux protubérances convexes en acier simulant les granulats (figure D1.1).

La géométrie de ces protubérances est telle qu'elle permet une concentration des contraintes et des déformations à l'interstice central et que la fissuration dans l'échantillon se propage à partir de l'axe des protubérances, donc avec cavitation et sans pollution.

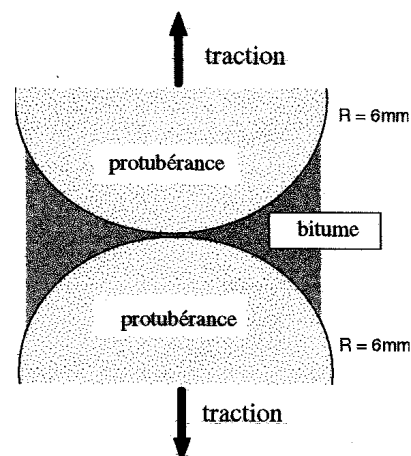


Fig.D1.1 : Principe de l'essai de rupture locale répétée du bitume [De La Roche, 1999]

Le film de bitume subit une succession de tractions (rampe de sollicitation à vitesse de déformation constante durant 4 s), simulant les contraintes réelles dans la chaussée entre deux grains, pour en étudier la réponse.

Entre les différentes phases de traction, il est laissé un temps de repos, permettant éventuellement la mise en évidence de l'auto-réparation du bitume par recollement des déchirures internes.

L'essai est réalisé sur la MAER (Machine Asservie d'Essais Rhéologiques) [Linder, 1986], à une température de 0°C pour favoriser la rupture fragile.

L'examen des courbes de force résultantes montre l'existence de décrochements (cf. figure D1.2).

Ce phénomène s'explique par la rupture brutale du liant. La cavité ainsi créée est non débouchante, donc vide d'air, et se propage en cercles concentriques à partir du centre.

La photographie d'une coupe transversale de la pastille de bitume après rupture (cf. figure D1.3) illustre ce phénomène.

Les conséquences de l'introduction d'un temps de repos entre deux phases de sollicitation sont présentées dans [De La Roche, 1999]. Il est montré que la force résultante atteint les valeurs mesurées avant l'apparition des ruptures, ce qui traduit la cicatrisation partielle ou totale des fissures internes. En effet, la mise en compression à -5 daN du dispositif pendant cette phase de repos, assure le contact parfait des lèvres de fissures et par conséquent leur recollement.

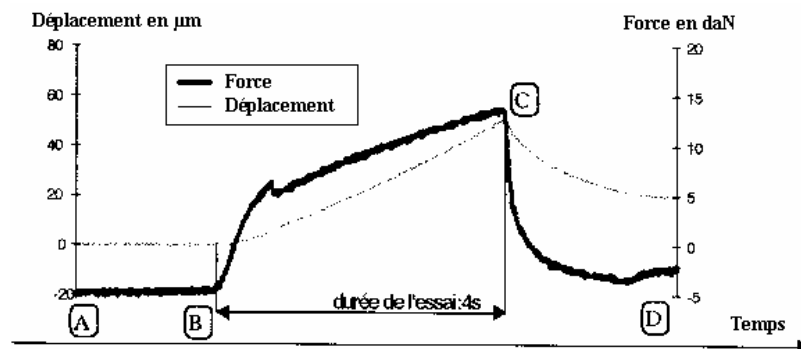


Fig.D1.2 : Exemple de rampe de chargement pour un déplacement maximal de 50 µm [De La Roche, 1999]

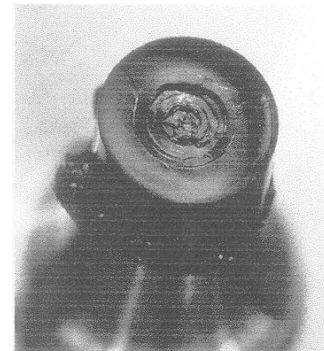


Fig.D1.3 : Faciès de rupture d'une pastille de bitume [De La Roche, 1999]

Les résultats de cet essai nous permettent de postuler que :

- l'endommagement en fatigue des enrobés bitumineux correspond à la création et la propagation de cavités "sous vide" dans le liant au pseudo-contact des granulats ;
- ces cavités ouvertes en extension se referment parfaitement en contraction, au moins en début d'essai ;
- l'instantanéité de l'alternance ouverture/fermeture lors d'un essai de fatigue est assurée par l'absence d'air dans ces micro-fissures.

### **1.2.2 Apports de notre campagne expérimentale**

Les résultats de l'essai RLRB nous permettent de définir le mécanisme d'endommagement initial qui se produit dans l'enrobé en fatigue.

Les résultats de notre campagne expérimentale apportent des précisions sur la cinématique induite par l'extension verticale moyenne de l'éprouvette.

La campagne expérimentale met en évidence l'extension verticale significative du matériau bitumineux qui est générée dès les tous premiers cycles de sollicitation.

Nous en concluons que l'endommagement apparaît dès le premier cycle de sollicitation.

Les résultats de la campagne expérimentale révèlent aussi l'existence d'un gradient d'extension moyenne selon la hauteur de l'éprouvette.

Ces mesures témoignent que l'endommagement unilatéral est un phénomène diffus qui concerne la totalité du matériau.

Nos essais montrent que l'extension est homogène dans chaque section transversale de l'enrobé en début d'essai (phase A).

Nous concevons alors que les sections transversales de l'éprouvette suivent une cinématique de tranches planes, en accord avec les hypothèses d'Euler-Bernouilli.

La valeur maximale de la déformation moyenne reste inférieure ou égale à la valeur d'amplitude de déformation mesurée en fibre externe.

Ainsi l'évolution de l'extension moyenne globale semble être régie par l'amplitude de déformation imposée au bord de la section.

Dans notre modèle le caractère unilatéral du dommage est piloté localement par le signe de la déformation. La coïncidence entre les résultats de la simulation numérique et ceux expérimentaux tendraient à montrer que cette hypothèse est correcte.

Enfin l'auto-réparation permet d'expliquer la récupération des caractéristiques mécaniques observée lors de nos essais : gain total du module originel du matériau et cinétique et niveau d'extension moyenne similaires à ceux mesurés lors de la sollicitation précédente.

## **2      MODELE      THERMO-VISCO-ELASTIQUE      AVEC ENDOMMAGEMENT UNILATERAL**

Ce paragraphe est consacré à l'établissement des équations de comportement visco-élastique avec endommagement unilatéral, basé sur le modèle rhéologique analogique de Huet-Sayegh et traité selon deux échelles de temps.

Les équations du problème mécanique de notre modèle structural bidimensionnel de l'essai de fatigue en flexion sont exposées ensuite ainsi que l'équation de la chaleur pour la prise en compte de l'échauffement du matériau.

### **2.1    Modèle    unidimensionnel    visco-élastique    avec    endommagement unilatéral – Loi de comportement sans couplage thermique**

Le modèle rhéologique repose sur le modèle viscoélastique analogique unidimensionnel de Huet-Sayegh [Huet 1963, Sayegh 1965] couplé à des hypothèses d'endommagement unilatéral.

La loi viscoélastique est prise sous la forme du produit de convolution.

La théorie d'endommagement se base sur la notion de contrainte effective et l'équivalence en déformation introduites par Lemaître.

De plus, afin d'obtenir un traitement numérique peu "gourmand" en temps de calcul, chaque grandeur périodique est décomposée en la somme de deux termes : une partie "lente" valant la moyenne de la variable sur un cycle, et une partie "rapide". Cette décomposition permet d'utiliser des pas de temps de calcul qui regroupent plusieurs cycles de sollicitation au lieu de recourir à une discrétisation temporelle fine à l'intérieur même de chaque cycle.

### 2.1.1 Principes du couplage visco-élasticité/endommagement traité selon deux échelles de temps

#### a - Définition de l'endommagement unilatéral en visco-élasticité

Les microfissures se créent dans le bitume et s'apparentent à de la cavitation sous vide (hypothèse fondée sur l'observation de la rupture locale d'un film mince de bitume entre deux protubérances sphériques mises en traction).

Le fonctionnement en flexion implique qu'au cours d'un cycle de sollicitation ces microfissures se retrouvent alternativement ouvertes puis fermées, si bien que le scalaire  $D(t)$  à l'intérieur d'un cycle vaut :

$D(t) = d(t)$  quand les microfissures sont ouvertes,

$D(t) = 0$  quand elles sont fermées,

où  $d(t)$  évolue lentement au regard de l'échelle de temps d'un cycle de sollicitation.

Pour illustrer l'impact d'une telle modélisation lors d'une sollicitation cyclique, nous présentons le cas simple obtenu en introduisant un endommagement unilatéral pour le cas élastique unidimensionnel.

Nous appliquons une contrainte sinusoïdale d'amplitude unitaire du type :

$$\sigma(t) = \sin(\omega t)$$

Soit  $E$  le module d'élasticité pris unitaire et  $\varepsilon(t)$  la réponse en déformation associée.

Nous supposons un endommagement constant dont la valeur est faible,  $d = 0,1$ , pour une sollicitation de fréquence 1 Hz.

L'absence de déphasage entre contrainte et déformation en élasticité entraîne l'équivalence du critère d'ouverture/fermeture des micro-fissures d'endommagement, que l'on considère le signe de la contrainte ou celui de la déformation (contrainte positive = traction).

La figure D2.1 montre la différence entre le cas élastique "pur" et celui endommagé.

Si nous faisons le bilan sur un cycle de la déformation résultante dans le cas d'un faible endommagement, nous pouvons alors assimiler cette déformation pseudo-sinusoïdale comme la somme d'une composante moyenne et d'une partie sinusoïdale du type :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) + \varepsilon_a(t) \sin(\omega t) .$$

Le principe de cette décomposition est développée dans la suite du document.

Nous verrons par la suite que cette théorie d'endommagement unilatéral couplé à la visco-élasticité engendre une déformation moyenne qui augmente de cycle en cycle du fait même du caractère visqueux du matériau considéré.

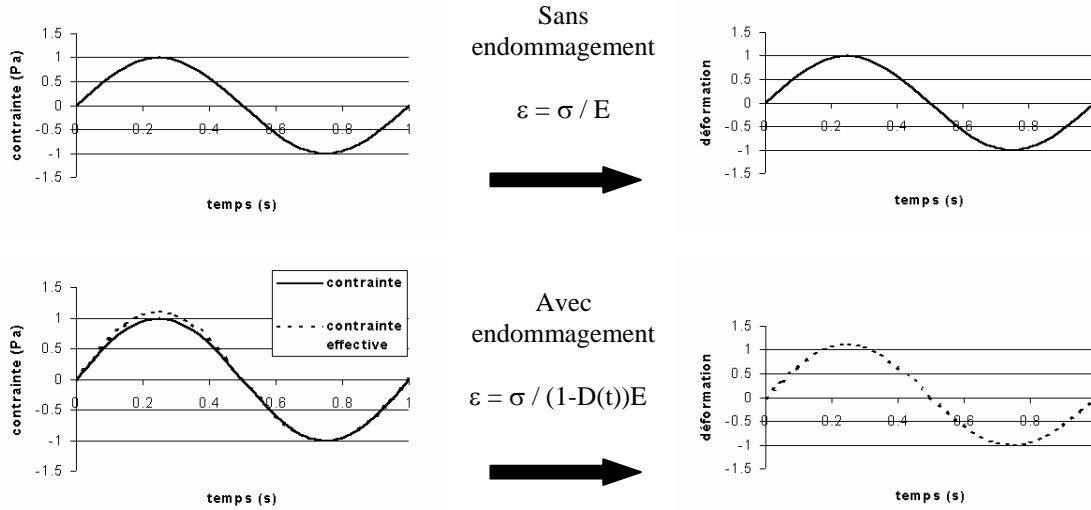


Fig.D2.1 : Incidence de l'endommagement unilatéral en élasticité unidimensionnelle

### b – Décomposition en série de Fourier selon deux échelles de temps

L'introduction d'un endommagement unilatéral fait perdre le caractère purement sinusoïdal des grandeurs physiques (déformation, contrainte). Cependant ces grandeurs gardent leur caractère pseudo-périodique de telle manière qu'elles sont décomposables, à l'instant  $t$ , en une série de Fourier.

De plus, lorsque  $d(t)$  est suffisamment petit, comme c'est le cas en début d'essai, alors les harmoniques d'ordre supérieur à la fondamentale peuvent être négligées.

Dans ce cas, la déformation, la contrainte réelle et la contrainte effective s'écrivent sous la forme générale suivante ( $X(t)$  représente une variable pseudo-périodique quelconque) :

$$(7) \quad X(t) = X_m(t) + \text{Re}[X^*(t)e^{i\omega t}]$$

où  $\omega$  est la pulsation de la sollicitation, et

$$(8) \quad \begin{cases} X_m(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} X(\xi) d\xi \\ X^*(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} X(\xi) e^{-i\omega \xi} d\xi \end{cases}$$

où  $t \in [t-T/2 ; t+T/2]$ , et  $T$  est la période de sollicitation.

$X^*$  (grandeur complexe) et  $X_m$  sont lentement variables par rapport à l'échelle de temps d'un cycle : à l'instant  $t$ , elles sont considérées comme constantes.

### 2.1.2 Décomposition des équations de comportement en un problème temporel et un problème fréquentiel

#### a – Ecriture générale de la loi de comportement

Nous rappelons les équations liées au modèle de Huet-Sayegh introduites au §3.5.4 de la partie B:

- fonction de fluage du modèle de Huet :

$$(3) \quad F(t, a(\theta)) = \frac{1}{E_{\text{inf}} - E_0} \left[ 1 + \left( \frac{t}{a(\theta)} \right)^k \frac{\delta}{\Gamma(k+1)} + \left( \frac{t}{a(\theta)} \right)^h \frac{1}{\Gamma(h+1)} \right]$$

- module complexe du modèle de Huet-Sayegh :

$$(4) \quad E^*(\omega) = E_0 + \frac{E_{\text{inf}} - E_0}{1 + \delta \left( i\omega a(\theta) \right)^{-k} + \left( i\omega a(\theta) \right)^{-h}},$$

où  $\Gamma(n)$  représente la fonction d'Euler de deuxième espèce,  $\omega$  est la pulsation de la sollicitation,  $a(\theta)$  est le coefficient traduisant l'équivalence temps/température issu de l'équation d'Arrhénius.

L'équivalence en déformation établit la relation entre la déformation et la contrainte effective (cf. §5.4.1 de la partie B), et la notion de contrainte effective relie la contrainte réelle et la contrainte effective. Ces deux relations permettent d'obtenir les équations de comportement en fonction de la déformation et la contrainte réelle.

On fait les hypothèses suivantes :

- $d(t)$  reste petit , et  $d(t)$  évolue "lentement" dans le temps c'est-à-dire  $d(t) \equiv d_m(t)$  (en référence à la définition de l'équation (8)) sans partie sinusoïdale ;
- le matériau est non vieillissant ;
- les parties moyennes et les amplitudes complexes de la déformation et de la contrainte évoluent lentement dans le temps.

Suivant le principe de superposition de Boltzmann, l'équation de comportement peut s'écrire sous la forme d'une intégrale de Riemann :

$$(9) \quad \varepsilon(t) = \int_0^t F \left( \int_{\tau}^t \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right) \dot{\tilde{\sigma}}^I(\tau) d\tau$$

Or d'après le modèle de Huet-Sayegh présenté au §3.5.4 de la partie B :

$$(10) \quad \tilde{\sigma}^I = \tilde{\sigma} - \tilde{\sigma}^{\text{II}} = \tilde{\sigma} - E_0 \varepsilon$$

L'équation (9) devient alors :

$$(11) \quad \varepsilon(t) = \int_0^t F \left( \int_{\tau}^t \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right) \left( \dot{\tilde{\sigma}}(\tau) - E_0 \dot{\varepsilon}(\tau) \right) d\tau$$

Remarque : Dans le cas isotherme, l'équation (11) s'écrit :



$$(12) \quad \varepsilon(t) = \int_0^t F(t-\tau) \left( \dot{\tilde{\sigma}}(\tau) - E_0 \dot{\varepsilon}(\tau) \right) d\tau$$

La décomposition en partie “ lente ” et partie “ rapide ” comme décrite au §2.1.1b aboutit à :

$$(13) \quad \begin{cases} \varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) + \text{Re}[\varepsilon^*(t)e^{i\omega t}] \\ \tilde{\sigma}(t) = \tilde{\sigma}_m(t) + \text{Re}[\tilde{\sigma}^*(t)e^{i\omega t}] \end{cases}$$

Cette écriture est introduite dans l'équation (12), et aboutit aux équations de comportement suivantes :

$$(14) \quad \varepsilon_m(t) = \int_0^t F\left(\int_\tau^t \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))}\right) \left( \dot{\tilde{\sigma}}_m(\tau) - E_0 \dot{\varepsilon}_m(\tau) \right) d\tau$$

$$(15) \quad \varepsilon^*(t) = \frac{\tilde{\sigma}^*(t)}{E^*(\omega)}$$

où  $E^*(\omega)$  est le module complexe du modèle de Huet-Sayegh pour la fréquence de sollicitation.

La loi de comportement unidimensionnelle s'articule autour de deux équations, l'une s'applique au domaine temporel, équation (14), et requiert la connaissance de l'historique de contrainte et de déformation, l'autre, équation (15), s'applique au domaine fréquentiel.

### **b - Expression de la contrainte effective en fonction de la contrainte réelle**

Le critère d'ouverture/fermeture des microfissures retenu ici est fondé sur le signe de la déformation :

$$(16) \quad D(t) = \begin{cases} d(t) & \text{quand } \varepsilon > 0 \text{ (micro - fissures ouvertes en extension)} \\ 0 & \text{quand } \varepsilon \leq 0 \text{ (micro - fissures fermées en contraction)} \end{cases}$$

La contrainte effective et la contrainte réelle sont liées de la manière suivante (équations (5) du §5.4.1 partie B, (8) et (16)) dont les développements sont détaillés en annexe 6 :

$$(17) \quad \tilde{\sigma}_m = \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d}{1-d} \right] \sigma_m + |\sigma^*| \frac{d}{(1-d)\pi} \cos(2\pi\alpha) \cos\varphi$$

$$(18) \quad \tilde{\sigma}^* = \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d}{1-d} \right] \sigma^*$$

où  $\varphi$  est le déphasage entre la contrainte effective et la déformation :

$$(19) \alpha = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(\frac{\varepsilon_m}{|\varepsilon^*|}\right), & \text{si } |\varepsilon_m| \leq |\varepsilon^*| \\ 1/4 & , \text{ si } \varepsilon_m > |\varepsilon^*| \\ -1/4 & , \text{ si } \varepsilon_m \leq -|\varepsilon^*| \end{cases}$$

### c – Synthèse et commentaires sur la loi de comportement avec endommagement unilatéral

Les équations qui permettent d'établir la loi de comportement visco-élastique avec endommagement unilatéral peuvent être regroupées en deux systèmes, (sm) et (s\*), qui régissent respectivement les parties moyennes et les amplitudes imaginaires des contraintes et des déformations.

$$(sm) \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_m(t) = \int_0^t F\left(\int_\tau^t \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))}\right) (\dot{\tilde{\sigma}}_m(\tau) - E_0 \dot{\varepsilon}_m(\tau)) d\tau \quad (14) \\ \tilde{\sigma}_m = \left[1 + \left(2\alpha + \frac{1}{2}\right) \frac{d}{1-d}\right] \sigma_m + |\sigma^*| \frac{d}{(1-d)\pi} \cos(2\pi\alpha) \cos\varphi \quad (17) \end{array} \right.$$

$$(s^*) \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^*(t) = \frac{\tilde{\sigma}^*(t)}{E^*(\omega)} \quad (15) \\ \tilde{\sigma}^* = \left[1 + \left(2\alpha + \frac{1}{2}\right) \frac{d}{1-d}\right] \sigma^* \quad (18) \end{array} \right.$$

**Remarque :** L'expression qui lie directement la contrainte à la déformation sera explicitée au §3.1 consacré à la discrétisation dans le temps des équations de la loi de comportement. Cette écriture mettra en évidence de façon claire la symétrie de la loi de comportement, que l'on soit à contrainte ou à déformation imposée.

Les équations ci-dessus montrent que la contrainte effective,  $\tilde{\sigma}$ , joue le rôle de valeur intermédiaire dans le calcul de la déformation (resp. la contrainte) à contrainte (resp. déformation) imposée.

Ainsi la connaissance du triplet  $(\sigma_m, \sigma^*, d)$  permet de déterminer le couple  $(\tilde{\sigma}_m, \tilde{\sigma}^*)$  qui donne accès à  $(\varepsilon_m, \varepsilon^*)$ . De même la connaissance de  $(\varepsilon_m, \varepsilon^*, d)$  permet de connaître  $(\sigma_m, \sigma^*)$ .

Afin de mieux comprendre le fonctionnement élémentaire de cette loi de comportement, nous passons en revue deux cas simples de sollicitation unidimensionnelle.

**Essai unidimensionnel à amplitude de contrainte constante :  $|\sigma^*| = \sigma_0$ ,  $\sigma_m = 0$  et  $d \neq 0$**

Dans ce cas (à rapprocher de celui du §2.1.1a, figure D2.2) où l'amplitude complexe de contrainte est non nulle, l'équation (17) entraîne que  $\tilde{\sigma}_m > 0$  (traction) même si la contrainte moyenne,  $\sigma_m$ , est nulle. Ce résultat injecté dans l'équation (14) conduit à une déformation moyenne,  $\varepsilon_m$ , non nulle, d'où la création de l'extension moyenne dans le cas d'un endommagement unilatéral.

Ainsi le terme  $|\sigma^*| \frac{d}{(1-d)\pi} \cos(2\pi\alpha) \cos\varphi$  de l'équation (17) est le "moteur" du phénomène d'extension en présence d'endommagement.

Notons que la valeur  $\alpha$ , qui rend compte du temps d'ouverture de la micro-fissure sur une période, joue un rôle important dans cette action motrice. En effet, s'il existe un endommagement, le terme moteur s'annule si  $\alpha = 1/4$  ou  $\alpha = -1/4$  car  $\cos(2\pi\alpha) = 0$ . Ce cas correspond à la situation  $|\varepsilon_m| = |\varepsilon^*|$  (cf. équation (19)), c'est-à-dire à l'ouverture ou à la fermeture complète de la micro-fissure d'endommagement tout au long d'un cycle de sollicitation. Ainsi lorsque l'extension moyenne tend vers la valeur de la norme de l'amplitude complexe de déformation le terme moteur devient nul et l'extension moyenne n'évolue plus. On comprend alors que l'extension moyenne,  $\varepsilon_m$ , ne peut excéder la valeur de la norme de l'amplitude complexe de déformation,  $|\varepsilon^*|$ .

**Essai unidimensionnel à amplitude de déformation constante :  $|\varepsilon^*| = \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_m = 0$  et  $d \neq 0$**

La nullité de la déformation moyenne,  $\varepsilon_m$ , implique celle de la contrainte effective moyenne,  $\tilde{\sigma}_m$ , par l'équation (14) (résultat (A)).

D'autre part la condition  $|\varepsilon^*| = \varepsilon_0$  introduite dans les équations (15) puis (18) entraîne que l'amplitude de contrainte complexe,  $\sigma^*$ , est non nulle (résultat (B)).

Le résultat (B) injecté dans l'équation (17) implique que le terme moteur est positif (traction). Donc pour respecter le résultat (A) la contrainte moyenne,  $\sigma_m$ , est nécessairement négative (compression).

En résumé, pour maintenir un niveau de déformation moyenne nulle lors d'un essai piloté à amplitude de déformation, il est nécessaire de comprimer le matériau pour empêcher l'allongement moyen dû à l'endommagement unilatéral.

## 2.2 Modèle bidimensionnel structural d'éprouvette trapézoïdale

L'essai de flexion alternée deux points du banc de fatigue est ramené à un problème bidimensionnel de poutre trapézoïdale encastree, sollicitée en flexion pure (cf. figure D2.2).

La méthode de calcul est celle de la Résistance des Matériaux appliquée aux poutres longues.

La décomposition en parties “ lente ” et “ rapide ” (cf. §2.1.1b) s'applique à chacune des variables du problème bidimensionnel en plus des contraintes et déformations :

- aux déplacements  $v(y,z,t)$ ,  $w(y,z,t)$  ( $u$  est nul) ;
- à la force en tête  $F(t)$  ;
- à l'effort normal,  $N(z,t)$ , et au moment de flexion,  $M(z,t)$ .

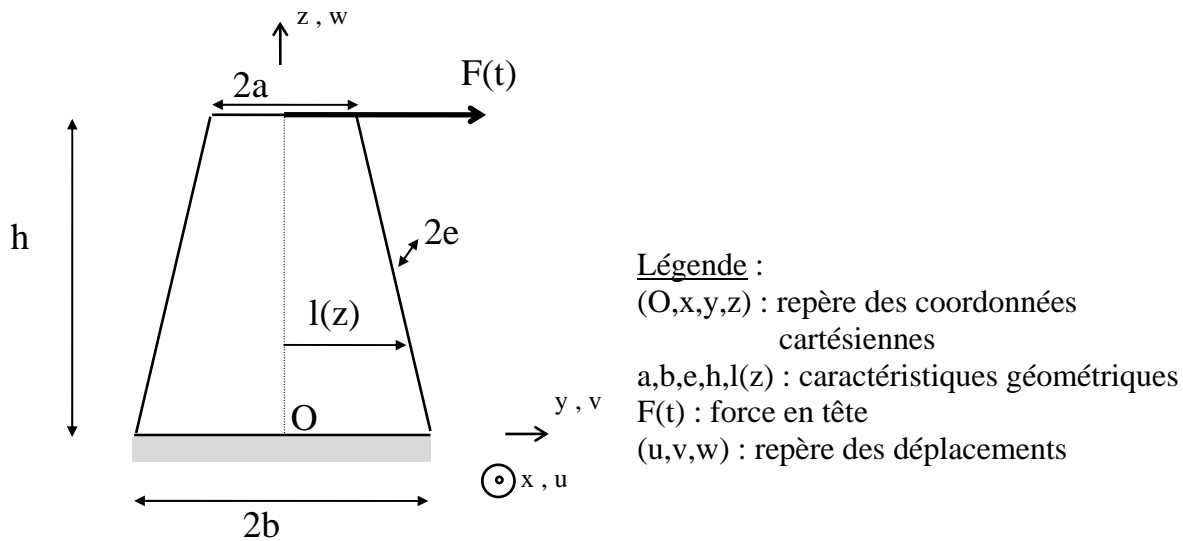


Fig.D2.2 : schéma de l'éprouvette trapézoïdale et notations

A l'image des équations constitutives du modèle rhéologique unidimensionnel, équations (14) et (15), l'ensemble des équations d'équilibre, de compatibilité cinématique, de loi de comportement, des conditions limites et des relations entre contrainte réelle et contrainte effective, forme deux sous systèmes couplés d'équations. L'un régit les parties “ lentes ” des variables (domaine temporel), l'autre les parties “ rapides ” (domaine fréquentiel).

### 2.2.1 Hypothèses

- i) fréquence de sollicitation et température constantes ;
- ii) forces d'inertie et poids propre négligés ;
- iii) structure assimilée à une poutre longue ;
- iv) les sections restent planes ;
- v)  $|w^*| \ll |v^*|$  (vérifié expérimentalement) ;
- vi) ce problème bidimensionnel de flexion pure est ramené à un problème unidimensionnel selon l'axe (Oz) (cisaillement nul) ;
- vii)  $2a < b$ .

### 2.2.2 Equations d'équilibre

En se plaçant à la section de cote  $z$  (cf. figure D2.3), en flexion pure l'effort normal,  $N(z,t)$ , et le moment de flexion,  $M(z,t)$  sont définis par :

$$(20) \quad N = \int_{-l(z)}^{l(z)} \int_{-e}^e \sigma \, dx dy = 0$$

$$(21) \quad M = \int_{-l(z)}^{l(z)} \int_{-e}^e y \sigma \, dx dy = -F(h-z)$$

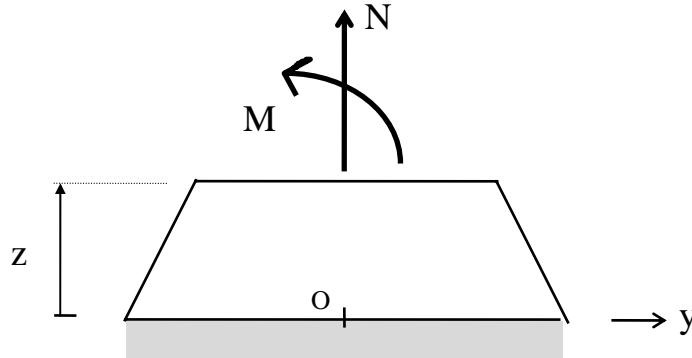


Fig.D2.3 : Schéma de la structure trapézoïdale tronquée à la cote  $z$  – orientation de l'effort normal,  $N$ , et du moment de flexion,  $M$ .

De plus, soient deux fonctions,  $f(t)$  et  $g(t)$ , du type  $f(t) = f_m(t) + \text{Re}[f^*(t)e^{i\omega t}]$  et  $g(t) = g_m(t) + \text{Re}[g^*(t)e^{i\omega t}]$ ,  $\forall t$ , si  $f(t) = g(t)$  alors  $f_m(t) = g_m(t)$  et  $f^*(t) = g^*(t)$ .

Par définition les équations (20) et (21) répondent aux conditions précédentes où  $g(t) = 0$  pour l'équation (20) et  $g(t) = F_m(t) + \text{Re}[F^*(t)e^{i\omega t}]$  pour l'équation (21).

Dans ces conditions les équations (20) et (21) donnent :

$$(22) \quad N_m = \int_{-l(z)}^{l(z)} \int_{-e}^e \sigma_m \, dx dy = 0$$

$$(23) \quad M_m = \int_{-l(z)}^{l(z)} \int_{-e}^e y \sigma_m \, dx dy = -F_m(h-z)$$

$$(24) \quad N^* = \int_{-l(z)}^{l(z)} \int_{-e}^e \sigma^* \, dx dy = 0$$

$$(25) \quad M^* = \int_{-l(z)}^{l(z)} \int_{-e}^e y \sigma^* \, dx dy = -F^*(h-z)$$

### 2.2.3 Compatibilité cinématique

Les sections de la structure sont supposées rester planes, et subissent les effets combinés du déplacement vertical,  $w$ , et du déplacement horizontal  $v$ .

On obtient les expressions habituelles de la Résistance des Matériaux dans le cas d'une flexion pure combinée à une traction. Il en résulte les équations suivantes si l'on tient compte de  $|w^*| \ll |v^*|$  :

$$(26) \quad \varepsilon_m = w_{m,z} - y v_{m,z^2}$$

$$(27) \quad \varepsilon^* = -y v_{m,z^2}^*$$

#### 2.2.4 Conditions limites

L'encastrement à la base de la structure impose :

$$(28) \quad \begin{aligned} v^*(z=0) &= v_{m,z}^*(z=0) = 0 \\ w_m(z=0) &= 0 \\ v_m(z=0) &= v_{m,z}(z=0) = 0 \end{aligned}$$

Dans un cadre général, la sollicitation en tête est soit :

- un déplacement imposé :

$$(29) \quad v(z=h,t) \equiv V_{imp}(t)$$

- une force imposée :

$$(30) \quad F(t) \equiv F_{imp}(t)$$

#### 2.2.5 Systèmes d'équations "temporel" et "fréquentiel"

Les équations peuvent être mise sous la forme de deux systèmes, (Sm) et (S\*), tels que :

$$(Sm) \left\{ \begin{aligned} \varepsilon_m(t) &= \int_0^t F \left( \int_{\tau}^t \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right) (\ddot{\sigma}_m(\tau) - E_0 \dot{\varepsilon}_m(\tau)) d\tau & (14) \\ \tilde{\sigma}_m &= \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d}{1-d} \right] \sigma_m + |\sigma^*| \frac{d}{(1-d)\pi} \cos(2\pi\alpha) \cos \varphi & (17) \\ N_m &= \int_{-l(z)-e}^{l(z)} \int_{-e}^e \sigma_m dx dy = 0 & (22) \\ M_m &= \int_{-l(z)-e}^{l(z)} \int_{-e}^e y \sigma_m dx dy = -F_m(h-z) & (23) \\ \varepsilon_m &= w_{m,z} - y v_{m,z^2} & (26) \\ &+ \text{Conditions limites d'encastrement et de sollicitation en tête} \end{aligned} \right.$$

$$\varepsilon^*(t) = \frac{\tilde{\sigma}^*}{E^*(\omega)} \quad (15)$$

$$\tilde{\sigma}^* = \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d}{1-d} \right] \sigma^* \quad (18)$$

$$(S^*) \left\{ \begin{array}{l} N^* = \int_{-l(z)-e}^{l(z)} \int_{-e}^e \sigma^* dx dy = 0 \end{array} \right. \quad (24)$$

$$M^* = \int_{-l(z)-e}^{l(z)} \int_{-e}^e y \sigma^* dx dy = -F^*(h - z) \quad (25)$$

$$\varepsilon^* = -y v^*_{,z^2} \quad (27)$$

+ Conditions limites d'encastrement et de sollicitation en tête

## 2.3 Equation de la chaleur

La méthode exposée ici est celle utilisée dans [Piau 1989, De La Roche 1998] dans le cadre d'une modélisation par éléments finis, que nous intégrons à notre modèle structural bidimensionnel décrit précédemment.

### 2.3.1 Equation générale traitée selon deux échelles de temps

L'équation de la chaleur s'établit de manière classique à partir de l'écriture des premier et second principes de la thermodynamique en prenant pour potentiel relatif au matériau son énergie interne (nous négligeons l'énergie dissipée par l'endommagement).

$$(31) \quad c\dot{\theta} - \text{div}(k \text{ grad } \theta) = \sigma : \dot{\varepsilon}_v$$

$\varepsilon_v$  étant la composante visqueuse du tenseur de déformation.

Le terme  $\sigma : \dot{\varepsilon}_v$  joue le rôle d'une source de chaleur volumique interne, responsable de l'augmentation de température au cours des essais de fatigue.

La température,  $\theta$ , est décomposée en ses parties lente et rapide comme décrit en (8).

Sa composante sinusoïdale,  $\theta^*$ , est négligeable par rapport à la composante moyenne [Piau 1989]. Il n'en n'est pas tenu compte dans la suite.

Si nous faisons la moyenne temporelle sur un cycle de (31) entre  $t$  et  $t+T$ , avec l'hypothèse d'une faible variation des amplitudes sur un cycle, nous obtenons :

$$(32) \quad c\dot{\theta}_m - \text{div}\left(k \text{ grad } \theta_m\right) = \frac{1}{2} \omega |\sigma^*| |\varepsilon^*| \sin \varphi + \sigma_m : \varepsilon_m$$

avec :

$c$  chaleur massique volumique du matériau ;

$k$  conductivité thermique du matériau ;

$\varphi$  angle de phase entre les amplitudes des contraintes et déformations.

Cette équation relie la température moyenne et les amplitudes des champs mécaniques. Elle fait état du couplage thermo-mécanique existant.

Remarque : dans le cas d'un comportement adiabatique, l'équation (32) est alors réduite à :

$$(33) \quad c\dot{\theta}_m = \frac{1}{2} \omega |\sigma^*| |\varepsilon^*| \sin \varphi + \sigma_m : \varepsilon_m$$



### 2.3.2 Conditions limites

Selon [De La Roche 1998] nous considérons que les échanges avec l'extérieur sur les surfaces de l'échantillon sont de type échange linéaire :

$$(34) \quad k \frac{\partial \theta}{\partial n} = \lambda(\theta_{\text{ext}} - \theta)$$

avec :

$\frac{\partial \theta}{\partial n}$  la dérivée de  $\theta$  par rapport à la normale à la surface de l'échantillon

$\lambda$  le coefficient d'échange latéral qui varie si le point considéré appartient à une surface en contact avec l'air ou collée à un casque métallique

$\theta_{\text{ext}}$  la température extérieure

Nous nous intéressons là encore à la partie lente de la température, la transformation (8) donne :

$$(35) \quad k \frac{\partial \theta_m}{\partial n} = \lambda(\theta_{\text{ext}} - \theta_m)$$

### 2.3.3 Equations du problème bidimensionnel pour la modélisation de l'essai de fatigue en flexion

Dans le cas d'échantillons prismatiques d'épaisseur  $2e$ , relativement faible, comme dans le cas des échantillons trapézoïdaux, il est pratique d'intégrer à nouveau l'équation (32) sur l'épaisseur, pour se ramener à un problème à deux dimensions. En écrivant la température moyenne dans le plan moyen  $\Pi$  de l'échantillon (point quelconque P) par :

$$(36) \quad \hat{\theta}_m(P, t) = \frac{1}{2e} \int_{-e}^e \theta_m(M, t) \, de$$

Nous obtenons [Piau 1989] :

$$(37) \quad c \hat{\dot{\theta}}_m - \text{div} \left( k \text{grad} \hat{\theta}_m \right) + \frac{\lambda}{e} \hat{\theta}_m = \frac{1}{2} \omega |\sigma^*| : |\varepsilon^*| \sin \varphi + \sigma_m : \varepsilon_m + \frac{\lambda}{e} \theta_{\text{ext}}$$

Les opérateurs de dérivation  $\text{div}$  et  $\text{grad}$  étant maintenant réduits aux deux dimensions du plan  $\Pi$ .

L'équation (37) inclut donc les échanges thermiques sur les deux grandes faces de l'échantillon parallèles à  $\Pi$ .

Sur les faces perpendiculaires à  $\Pi$ , les échanges sont donnés par (application de (36) à (35)) :

$$(38) \quad k \frac{\partial \hat{\theta}_m}{\partial n} = \lambda(\theta_{\text{ext}} - \hat{\theta}_m)$$

Avec l'hypothèse déjà mentionnée d'une valeur de  $\theta^*$  négligeable par rapport à celle de  $\theta_m$ , on obtient :

$$\theta(M, t) \approx \hat{\theta}_m(P, t)$$

**Remarque** : dans le cas axisymétrique (échantillon cylindrique en traction-compression),  $e=0$  et  $\theta(M, t) = \hat{\theta}_m(P, t)$ .

### **3 TRAITEMENT NUMERIQUE POUR SIMULER L'ESSAI DE FATIGUE EN FLEXION**

La modélisation thermo-visco-élastique avec endommagement unilatéral de l'essai de fatigue des enrobés bitumineux, exposée dans les paragraphes précédents, est un problème complexe dont la non linéarité tient à la quantité  $\alpha$  (fonction de la déformation moyenne et l'amplitude de déformation, cf. §2.1.2b).

Le traitement numérique de ce problème requiert donc l'emploi d'une approche numérique semi-analytique.

Dans cette partie nous abordons tout d'abord le traitement numérique du problème mécanique (principe de discrétisation temporelle des équations de comportement et discrétisation spatiale des équations "structurelles"). Ensuite nous détaillons la méthode de discrétisation de l'équation de la chaleur. Enfin nous détaillons le schéma algorithmique choisi dans le cas du problème complet avec couplage entre les équations mécaniques et les équations thermiques.

### 3.1 Traitement numérique du problème mécanique

Nous abordons tout d'abord ici le détail des étapes de discrétisation de la loi de comportement qui porte essentiellement sur l'équation (14) (évolution des parties moyennes des contrainte et déformation). Nous appliquons un schéma d'Euler explicite par rapport au temps pour traiter le produit de convolution et l'équation qui lie les amplitudes complexes (équation (15)).

Ensuite nous abordons la manière dont les équations de compatibilité cinématique et d'équilibre sont traitées. Nous utilisons alors la méthode des différences finies ainsi qu'une décomposition des intégrales selon la méthode des trapèzes.

#### 3.1.1 Discrétisation temporelle des équations de comportement

Le premier sous paragraphe présente la discrétisation de l'équation (14) qui tient au parties moyennes des contrainte et déformation.

Le second sous paragraphe présente le traitement numérique appliqué à l'équation (15) qui régit les amplitudes complexes.

##### a - Développement de l'équation de comportement du problème temporel (équ.(14))

Plaçons nous à l'instant  $t = t_j$ , l'équation (14) est discrétisée en  $j$  intervalles de temps, tel que la dérivée de la contrainte effective et de la déformation sont supposées constantes sur chaque intervalle :

$$(39) \quad \varepsilon_m(t) = \sum_{i=1}^j \left( \dot{\tilde{\sigma}}_m^i - E_o \dot{\varepsilon}_m^i \right) \int_{t_{i-1}}^{t_i} F \left( \int_{\tau}^{t_i} \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right) d\tau$$

où :

$$(40) \quad \begin{cases} \dot{\tilde{\sigma}}_m^i \equiv \frac{\tilde{\sigma}_m^i - \tilde{\sigma}_m^{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ \dot{\varepsilon}_m^i \equiv \frac{\varepsilon_m^i - \varepsilon_m^{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \\ t_0 = 0 \end{cases}$$

Notation : soit  $x$  une variable quelconque (contrainte, déformation, ...), il faut comprendre :

$$x^i \equiv x(t_i)$$

Posons :

$$\begin{aligned}
 a_{ij} &= \int_{t_{i-1}}^{t_i} F \left( \int_{\tau}^{t_i} \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right) d\tau \\
 (41) \quad &= \frac{1}{E_{inf} - E_o} \left[ t_i - t_{i-1} - \frac{\delta}{\Gamma(k+1)} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left( \int_{\tau}^{t_i} \frac{\xi}{a(\theta(\xi))} d\xi \right)^k d\tau - \frac{1}{\Gamma(h+1)} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left( \int_{\tau}^{t_i} \frac{\xi}{a(\theta(\xi))} d\xi \right)^h d\tau \right]
 \end{aligned}$$

On décompose alors l'intégrale :

$$(42) \quad \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left( \int_{\tau}^{t_i} \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right)^k d\tau = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left( \int_{\tau}^{t_i} \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} + \sum_{n=i}^{j-1} \int_{t_n}^{t_{n+1}} \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right)^k d\tau$$

(respectivement pour l'intégrale fonction de h)

Sur chaque intervalle  $[t_n ; t_{n+1}]$ , nous faisons l'hypothèse que  $a(\theta(\xi)) \approx a(\theta(t_n))$ .

L'équation (42) devient :

$$\begin{aligned}
 \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left( \int_{\tau}^{t_i} \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right)^k d\tau &= \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left( \frac{t_i - \tau}{a(\theta(t_i))} + \sum_{n=i}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^k d\tau \\
 (43) \quad &= -\frac{a(\theta(t_i))}{k+1} \left[ \left( \frac{t_i - \tau}{a(\theta(t_i))} + \sum_{n=i}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^{k+1} \right]_{t_i}^{t_{i+1}} \\
 &= \frac{a(\theta(t_i))}{k+1} \left[ \left( \sum_{n=i}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^{k+1} - \left( \sum_{n=i+1}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^{k+1} \right]
 \end{aligned}$$

(respectivement pour l'intégrale fonction de h).

L'équation (43) est injectée dans l'équation (41) pour aboutir à l'expression de  $a_{ij}$  suivante :

$$(44) \quad a_{ij} = \frac{1}{E_{inf} - E_o} \left[ t_{i+1} - t_i + \frac{a(\theta(t_i))\delta}{\Gamma(k+2)} \left[ \left( \sum_{n=i}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^{k+1} - \left( \sum_{n=i+1}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^{k+1} \right] \right. \\
 \left. + \frac{a(\theta(t_i))}{\Gamma(h+2)} \left[ \left( \sum_{n=i}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^{h+1} - \left( \sum_{n=i+1}^{j-1} \frac{t_{n+1} - t_n}{a(\theta(t_n))} \right)^{h+1} \right] \right]$$

Remarque : Si la température est constante alors l'expression de  $a_{ij}$  est :

$$(45) \quad a_{ij} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} F(t_j - \tau) d\tau$$

$$= \frac{1}{E_{inf} - E_o} \left[ t_i - t_{i-1} - \delta \frac{(t_j - t_i)^{k+1} - (t_j - t_{i-1})^{k+1}}{\Gamma(k+2)\tau^k} - \frac{(t_j - t_i)^{h+1} - (t_j - t_{i-1})^{h+1}}{\Gamma(h+2)\tau^h} \right]$$

L'équation (39) s'écrit alors :

$$(46) \quad \varepsilon_m^j = a_{jj}(\dot{\tilde{\sigma}}_m^j - E_o \dot{\varepsilon}_m^j) + \sum_{i=1}^{j-1} a_{ij}(\dot{\tilde{\sigma}}_m^i - E_o \dot{\varepsilon}_m^i)$$

Les dérivées sur  $[t_j ; t_{j-1}]$  sont exprimées selon la définition donnée en (40) :

$$(47) \quad \varepsilon_m^j = \frac{a_{jj}}{t_j - t_{j-1}}(\tilde{\sigma}_m^j - E_o \varepsilon_m^j) + \frac{a_{jj}}{t_j - t_{j-1}}(E_o \varepsilon_m^{j-1} - \tilde{\sigma}_m^{j-1}) + \sum_{i=1}^{j-1} a_{ij}(\dot{\tilde{\sigma}}_m^i - E_o \dot{\varepsilon}_m^i)$$

$$(48) \quad \varepsilon_m^j = \frac{1}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{jj}} + E_o} \tilde{\sigma}_m^j + \frac{1}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{jj}} + E_o} (E_o \varepsilon_m^{j-1} - \tilde{\sigma}_m^{j-1}) + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} a_{ij}(\dot{\tilde{\sigma}}_m^i - E_o \dot{\varepsilon}_m^i)}{1 + E_o \frac{a_{jj}}{t_j - t_{j-1}}}$$

La relation (17) entre contrainte effective et contrainte réelle est introduite dans l'équation précédente, si bien que l'équation constitutive dans le domaine temporel s'écrit sous la forme :

$$(49) \quad \varepsilon_m^j = \tilde{A}(\varepsilon_m^j; \varepsilon^{*j}; d^j; t_j) \sigma_m^j + \tilde{B}(\varepsilon_m(t \leq t_j); \varepsilon^*(t \leq t_j); \tilde{\sigma}_m(t \leq t_j); \sigma^{*j}; d^j; t_j)$$

où :

$$(50) \quad \left\{ \begin{aligned} \tilde{A} &= \frac{1}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{jj}} + E_o} \left[ 1 + \left( 2\alpha^j + \frac{1}{2} \right) \frac{d}{1-d} \right] \\ \tilde{B} &= \frac{|\sigma^{*j}|}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{jj}} + E_o} \frac{d \cos(2\pi\alpha^j) \cos\varphi}{(1-d)\pi} + \frac{E_o \varepsilon_m^{j-1} - \tilde{\sigma}_m^{j-1}}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{jj}} + E_o} + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} a_{ij}(\dot{\tilde{\sigma}}_m^i - E_o \dot{\varepsilon}_m^i)}{1 + E_o \frac{a_{jj}}{t_j - t_{j-1}}} \end{aligned} \right.$$

L'équation (49) se présente comme une équation du type affine : le problème se ramène à un problème d'élasticité linéaire de complaisance  $\tilde{A}$ , avec un terme initial, en l'occurrence une déformation initiale qui est  $\tilde{B}$ .

Ce deuxième terme est le "moteur" de l'extension moyenne comme nous l'avons défini au §2.1.2c. Ce terme est fonction à la fois du niveau d'amplitude de contrainte actuel

(cf. équation (50)) et de l'historique de chargement subi par le matériau depuis le début de la sollicitation.

### **b - Développement de l'équation de comportement du problème fréquentiel (équ.(15))**

La relation (18) entre l'amplitude complexe de la contrainte effective et celle de la contrainte réelle est introduite dans l'équation (15) pour aboutir à :

$$(51) \quad \varepsilon^* = \tilde{A}^* \left( \varepsilon_m^j; \varepsilon^j; d^j; E^*(\omega) \right) \sigma^j$$

où :

$$(52) \quad \tilde{A}^* = \frac{1 + \left( 2\alpha^j + \frac{1}{2} \right) \frac{d}{1-d}}{E^*(\omega)} \quad \text{qui est la complaisance complexe effective.}$$

### **3.1.2 Discrétisation spatiale des équations "structurelles" et principe de maillage de la structure trapézoïdale**

La résolution du problème mécanique passe par l'établissement d'hypothèses simplificatrices décrites ci-après.

Les inconnues de ce problème sont alors le déplacement horizontal,  $v^*$ , et du déplacement vertical moyen,  $w_m$ , la variable d'endommagement,  $d$ .

La variable d'endommagement est une fonction explicite de l'amplitude de déformation (cf §4).

Les déplacements sont obtenus par intégration à partir de la déformation moyenne verticale,  $\varepsilon_m = w_{m,z}$  (calcul de  $w_m$ ), et de l'amplitude complexe de la courbure,  $v^*_{,z^2}$  (calcul de  $v^*$ ).

Les deux sous paragraphes suivants présentent :

- les hypothèses et les développements nécessaires au calcul de  $w_{m,z}$  et  $v^*_{,z^2}$  ;
- le principe de discrétisation géométrique de la structure et la méthode d'intégration numérique, basée sur la méthode des trapèzes et le calcul par différence finie, nécessaires pour obtenir  $w_m$  et  $v^*$ .

### **a - Expression de $w_{m,z}(z,t)$ et $v^*_{,z^2}(z,t)$**

La nouvelle écriture des équations constitutives obtenues au §3.1.1 permet de réduire les systèmes (Sm) et (S\*) de la manière exposée ci-après.

équations (22), (26) et (49) :

$$(53) \quad \int_{-1(z)}^{1(z)} \frac{w_{m,z}^j - y v_{m,z^2}^j - \tilde{B}^j}{\tilde{A}^j} dy = 0$$

équations (23) et (26) et (49) :

$$(54) \quad \int_{-1(z)}^{1(z)} y \frac{w_{m,z}^j - y v_{m,z^2}^j - \tilde{B}^j}{\tilde{A}^j} dy = -\frac{F_m(h-z)}{2e}$$

(Sm)

équations (24) et (27) et (52) :

$$(55) \quad \int_{-1(z)}^{1(z)} y \frac{v_{z^2}^*}{\tilde{A}^{*j}} dy = 0$$

équations (25) et (27) et (52) :

$$(56) \quad \int_{-1(z)}^{1(z)} y^2 \frac{v_{z^2}^*}{\tilde{A}^{*j}} dy = \frac{F^*(h-z)}{2e}$$

(S\*)

Nous faisons l'hypothèse que la structure ne subit pas de flexion moyenne :  
 $v_m(z,t) = 0$ .

De plus, puisque la dépendance de  $v^*$  et  $w_m$  ne porte que sur  $z$  et le temps, l'équation (55) montre que :

$$(57) \quad \int_{-1(z)}^{1(z)} \frac{y}{\tilde{A}^{*j}} dy = 0$$

Ceci implique que  $\tilde{A}^*(-y) = \tilde{A}^*(-y)$ .

Or  $\varepsilon_m(-y) = \varepsilon_m(y) = w_{m,z}(z,t)$  puisque  $v_m(z,t) = 0$  par hypothèse.

Etant donné l'expression de  $\tilde{A}^{*j}$  (équation (50)), et de  $\alpha^j$  (équation (17)), il vient que :

$$d^j(-y) = d^j(y).$$

Dans ces conditions le problème est symétrique par rapport à l'axe  $y = 0$  :

$$\tilde{A}^j(-y) = \tilde{A}^j(y) \text{ et } \tilde{B}^j(-y) = \tilde{B}^j(y)$$

$$\Rightarrow (58) \quad \int_{-1(z)}^{1(z)} \frac{y}{\tilde{A}^j} dy = \int_{-1(z)}^{1(z)} y \frac{\tilde{B}^j}{\tilde{A}^j} dy = 0$$

L'équation (54) montre alors que  $F_m(t) = 0$

On se ramène alors à l'étude d'une demi éprouvette par rapport à son axe de symétrie.

De toutes les conclusions précédentes on tire les deux équations suivantes :

$$(59) \quad w_{m,z}^j = \frac{\int_0^{1(z)} \frac{\tilde{B}^j}{\tilde{A}^j} dy}{\int_0^{1(z)} \frac{1}{\tilde{A}^j} dy}$$

$$(60) \quad v_{z^2}^{*j} = \frac{F^*(h-z)}{4e \int_0^{1(z)} \frac{y^2}{\tilde{A}^{*j}} dy}$$

Les expressions de  $w_m(z,t)$  et  $v^*(z,t)$  sont alors obtenues par intégration, respectivement simple et double, des équations (59) et (60) par rapport à  $z$ .

#### **b - Calculs des déplacements $w_m(z,t)$ et $v^*(z,t)$ – Principes d'intégration selon $y$ et $z$**

Le calcul des déplacements  $w_m$  et  $v^*$  implique plusieurs étapes :

- la discrétisation géométrique de la structure ;
- le calcul des intégrales selon l'axe  $y$  des équations (59) et (60) par la méthode des trapèzes ;
- le calcul par différence finie de  $w_m$  et  $v^*$  à partir des valeurs de  $w_{m,z}$  et  $v_{z^2}^{*}$  en chaque point du maillage.

#### **Maillage de la structure**

La demi structure est discrétisée en points d'intégration entre lesquels les fonctions à intégrer sont supposées varier linéairement.

Comme le montrent les schémas en figures C4.1 et C4.2, la demi éprouvette est "découpée" en  $n$  tranches selon l'axe  $(Oz)$ , c'est-à-dire en  $n+1$  points (figure C4.1). Les sections ainsi définies portent un nombre de  $m(z)+1$  points (figure C4.2), qui peut dépendre de la cote de la section (si l'on désire par exemple prendre un pas de discrétisation constant entre chaque point).



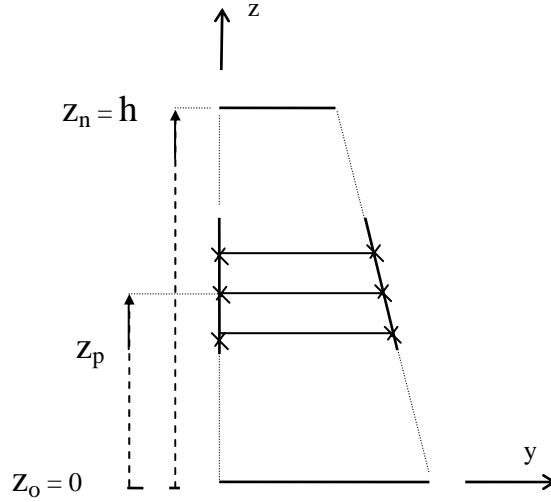


Fig.D3.1 : Schéma de la discrétisation verticale de la demi structure

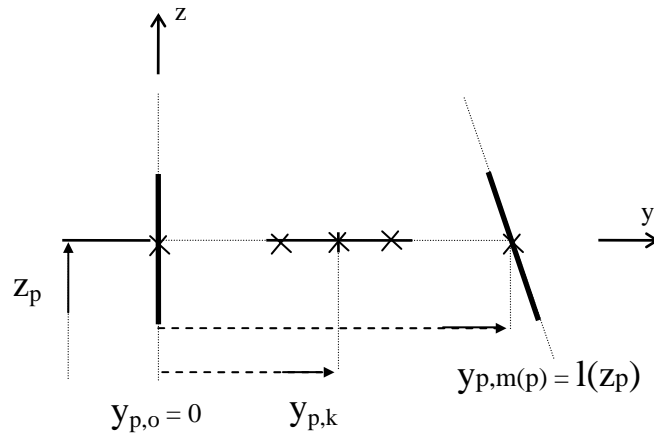


Fig.D3.2 : Schéma de la discrétisation horizontale de la demi structure

Dans ce qui suit les notations indicielles des figures D3.1 et D3.2 sont conservées : les indices  $p$  et  $k$  (et  $k'$ ) sont relatifs respectivement aux coordonnées  $z$  et  $y$  du point considéré, tandis que  $j$  est l'indice de temps.

**Calcul par intégration numérique des équations (59) et (60) (méthode des trapèzes)**

Les équations (59) et (60) mettent en jeu des intégrales selon  $y$ , qui sont calculées selon la méthodes des trapèzes. Leur écriture devient alors :

$$(61) \quad w_{m,z}^j \Big|_{z_p} = \frac{\sum_{k=0}^{m(p)-1} (y_{p,k+1} - y_{p,k}) \left( \frac{\tilde{B}_{p,k+1}^j}{\tilde{A}_{p,k+1}^j} + \frac{\tilde{B}_{p,k}^j}{\tilde{A}_{p,k}^j} \right)}{\sum_{k'=0}^{m(p)-1} (y_{p,k'+1} - y_{p,k'}) \left( \frac{1}{\tilde{A}_{p,k'+1}^j} + \frac{1}{\tilde{A}_{p,k'}^j} \right)}$$

$$(62) \quad v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_p} = \frac{F^*(h - z_p)}{2e \sum_{k=0}^{m(p)-1} (y_{p,k+1} - y_{p,k}) \left( \frac{y_{p,k+1}^2}{\tilde{A}_{p,k+1}^j} + \frac{y_{p,k}^2}{\tilde{A}_{p,k}^j} \right)}$$

### Calcul des déplacements $w_m$ et $v^*$ par différence finie

Pour le calcul de  $w_m$  et  $v^*$  les hypothèses suivantes sont posées :  
pour  $z \in [z_{p-1}; z_p]$  :

$$(63) \quad w_m^j(z) = w_m^j \Big|_{z_{p-1}} + \frac{z - z_{p-1}}{z_p - z_{p-1}} \left[ w_m^j \Big|_{z_p} - w_m^j \Big|_{z_{p-1}} \right]$$

$$(64) \quad v^{*j}_{,z^2}(z) = v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_{p-1}} + \frac{z - z_{p-1}}{z_p - z_{p-1}} \left[ v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_p} - v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_{p-1}} \right]$$

Dans ces conditions on obtient :

$$(65) \quad w_m^j \Big|_{z_p} = w_m^j \Big|_{z_{p-1}} + \frac{z_p - z_{p-1}}{2} \left[ w_m^j \Big|_{z_p} + w_m^j \Big|_{z_{p-1}} \right]$$

$$(66) \quad v^{*j} \Big|_{z_p} = v^{*j} \Big|_{z_{p-1}} + (z_p - z_{p-1}) v^{*j}_{,z} \Big|_{z_{p-1}} + \frac{z_p - z_{p-1}}{6} \left[ v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_p} + 2v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_{p-1}} \right]$$

avec :

$$(67) \quad v^{*j}_{,z} \Big|_{z_p} = v^{*j}_{,z} \Big|_{z_{p-1}} + \frac{z_p - z_{p-1}}{2} \left[ v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_p} + v^{*j}_{,z^2} \Big|_{z_{p-1}} \right]$$

### 3.1.3 Récapitulatif des étapes du calcul des déplacements $w_m$ et $v^*$

Nous pouvons résumer les étapes du calcul des déplacements  $w_m$  et  $v^*$  ainsi :

- i) détermination des valeurs des fonctions  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ , et  $\tilde{A}^*$  issues des équations de comportement (équations (50) et (52)) ;
- ii) calcul des dérivées  $w_{m,z}$  et  $v^{*}_{,z^2}$  définies explicitement en fonction de  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ , et  $\tilde{A}^*$  en utilisant l'intégration numérique par la méthode des trapèzes (équations (61) et (62)) ;
- iii) calcul des déplacements  $w_m$  et  $v^*$  par différence finie à partir des valeurs de  $w_{m,z}$  et  $v^{*}_{,z^2}$  (équations (65) et (66)).

### 3.2 Traitement numérique du problème thermique – Cas adiabatique

L'introduction du problème thermique dans la modélisation se fait de manière simplifiée. En effet nous considérons que les échanges thermiques sont de type adiabatique. Cette hypothèse est vérifiée en début d'essai au regard de la faible diffusivité des mélanges bitumineux de l'ordre de  $5.10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$  [De La Roche, 1990].

L'équation de la chaleur complète n'est pas prise en compte dans cette thèse car son implémentation dans le modèle visco-élastique avec endommagement unilatéral requiert des développements qui n'ont pu aboutir dans le cadre de ce travail.

Nous rappelons l'équation de la chaleur obtenue au §2.3.1 dans l'hypothèse d'échange adiabatique :

$$(33) \quad c\dot{\theta}_m = \frac{1}{2} \omega |\sigma^*| : |\varepsilon^*| \sin \varphi + \sigma_m : \varepsilon_m$$

Nous décomposons l'équation (33) suivant un schéma d'Euler implicite par rapport au temps qui conduit à :

$$(68) \quad c \frac{\theta_m^j(k, p) - \theta_m^{j-1}(k, p)}{t_j - t_{j-1}} = \frac{1}{2} \omega |\sigma^{*j}(k, p)| : |\varepsilon^{*j}(k, p)| \sin \varphi + \sigma_m^j(k, p) : \varepsilon_m^j(k, p)$$

$$(69) \quad \theta_m^j(k, p) = \theta_m^{j-1}(k, p) + \frac{t_j - t_{j-1}}{c} \left[ \frac{1}{2} \omega |\sigma^{*j}(k, p)| : |\varepsilon^{*j}(k, p)| \sin \varphi + \sigma_m^j(k, p) : \varepsilon_m^j(k, p) \right]$$

Nous verrons dans le paragraphe suivant que le calcul de la température lorsqu'il est pris en compte intervient une fois le problème mécanique résolu, si bien que la contrainte et la déformation sont connues en tout point.

### 3.3 Principe de résolution et schéma algorithmique

Les résultats numériques du §4 sont obtenus dans différentes conditions : à partir des équations du problème mécanique sans thermique, à déplacement imposé ou à force imposée, puis en considérant le problème thermique.

Nous décrivons dans ce paragraphe le cas général du problème thermo-mécanique à déplacement imposé. Le cas purement mécanique et celui à force imposée sont des cas particuliers qui s'en déduisent facilement.

Le schéma algorithmique que nous utilisons pour simuler l'essai de fatigue en flexion deux points repose essentiellement sur le calcul de l'amplitude complexe de déplacement horizontal,  $v^*$ , pour comparer sa valeur avec l'amplitude de déplacement que l'on veut imposer en tête de l'éprouvette,  $V_{imp}$ . Si la convergence entre ces deux valeurs est satisfaite le programme passe au pas de temps suivant, sinon il procède à une itération supplémentaire.

Le calcul des déplacements repose sur la méthode des différences finies à partir des conditions limites d'encastrement de la structure. ce calcul demande au préalable un calcul intégral le long de la section (cf. §3.1.3).

La structure générale de l'algorithme comprend trois boucles principales de calcul (cf figure D3.3) : le programme boucle tout d'abord sur les points d'une même section (boucle sur les coordonnées de l'axe y), ceci pour chaque section de la structure à partir de la section encastree (boucle sur les coordonnées de l'axe z), à chaque pas de temps de calcul (boucle sur le temps t).

Sur la figure D3.3 nous voyons que chaque itération débute par le calcul de  $w_{m,z}$  et  $v^*_{,z2}$  (équations (61) et (62)). Ces deux valeurs découlent initialement des deux équations d'équilibre, respectivement :

- l'effort normal moyen nul (équation (22)) ;
- le moment de flexion complexe (équation (25)).

Or ces équations et avant tout l'équation liée au moment de flexion complexe nécessite de connaître l'amplitude de force en tête.

Donc à chaque pas de temps il est nécessaire de connaître par avance la force en tête.

Dans le calcul à déplacement imposé, le programme est initialisé par une valeur arbitraire de force en tête à  $t = 0$ .

Ensuite la connaissance de  $w_{m,z}$  et  $v^*_{,z2}$  permet le calcul des déplacements d'une part et des contraintes et déformations d'autre part. Le choix d'un schéma algorithmique d'Euler explicite implique que les équations constitutives du modèle, équations (49) et (51), deviennent respectivement :

$$(70) \quad \varepsilon_m^j = \tilde{A}(\varepsilon_m^{j-1}; \varepsilon^{*j-1}; d^{j-1}; t_j) \sigma_m^j + \tilde{B}(\varepsilon_m(t \leq t_{j-1}); \varepsilon^*(t \leq t_{j-1}); \tilde{\sigma}_m(t \leq t_{j-1}); \sigma^{*j-1}; d^{j-1}; t_j)$$

$$(71) \quad \varepsilon^{*j} = \tilde{A}^*(\varepsilon_m^{j-1}; \varepsilon^{*j-1}; d^{j-1}; E^*(\omega)) \sigma^{*j}$$

Plus précisément les expressions de  $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$  et  $\tilde{A}^*$  sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{A} = \frac{1}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{ij}} + Eo} \left[ 1 + \left( 2\alpha^{j-1} + \frac{1}{2} \right) \frac{d^{j-1}}{1 - d^{j-1}} \right] \\ \tilde{B} = \frac{|\sigma^{*j-1}|}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{ij}} + Eo} \frac{d^{j-1} \cos(2\pi\alpha^{j-1}) \cos \varphi}{(1 - d^{j-1})\pi} + \frac{Eo\varepsilon_m^{j-1} - \tilde{\sigma}_m^{j-1}}{\frac{t_j - t_{j-1}}{a_{ij}} + Eo} + \frac{\sum_{i=1}^{j-1} a_{ij} (\dot{\tilde{\sigma}}_m^i - Eo\dot{\varepsilon}_m^i)}{1 + Eo \frac{a_{ij}}{t_j - t_{j-1}}} \\ \tilde{A}^* = \frac{1 + \left( 2\alpha^{j-1} + \frac{1}{2} \right) \frac{d^{j-1}}{1 - d^{j-1}}}{E^*(\omega)} \end{array} \right.$$

A la fin du calcul des déplacements, la convergence entre le déplacement horizontal en tête,  $v^*(z=h)$ , et le déplacement imposé,  $V_{imp}$ , est testée :

- s'il y a divergence, une nouvelle valeur de force en tête est définie, en appliquant un coefficient de proportionnalité déduit du ratio  $V_{imp}/|v^*(z=h)|$ , et le calcul est relancé pour le même instant de calcul ;
- si le calcul converge le programme calcule le champ de température et passe au pas de temps suivant.

Les résultats numériques ne prenant pas en compte le problème thermique (cf. §4.3 et §4.4) sont obtenus grâce à ce même algorithme allégé du calcul du champ de température.

Enfin la simulation de l'essai de fatigue à force imposée (cf. §4.6) reprend aussi la trame de l'algorithme commenté ci-dessus. Par contre il n'est nul besoin d'itérer sur les pas de temps de calcul puisque la force en tête est par définition connue à chaque instant.

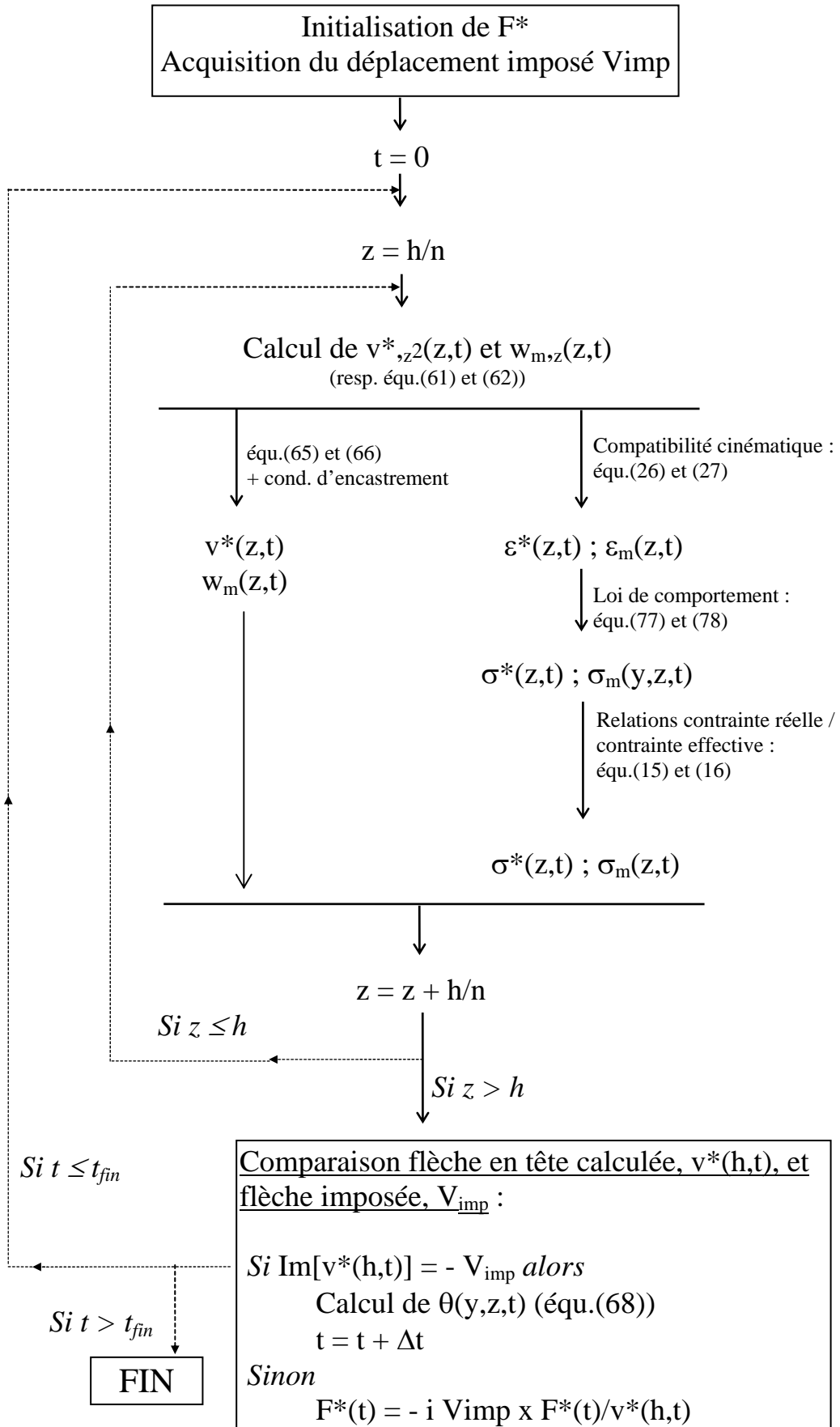


Fig.D3.3 : Algorithme de calcul pour la simulation de l'essai de fatigue en flexion alternée deux points à déplacement imposé

## 4 RESULTATS NUMERIQUES

Cette partie dans laquelle nous comparons la simulation du début de l'essai de fatigue (phase A et B) et nos résultats expérimentaux, vise plusieurs objectifs :

- montrer que l'endommagement unilatéral provoque l'allongement moyen vertical mesuré expérimentalement ;
- déterminer une loi simple d'évolution de dommage capable de rendre compte des différents processus d'endommagement de l'enrobé de bitume (création, évolution et localisation du dommage) ;
- tester la pertinence de notre modèle vis-à-vis des différentes conditions de sollicitation ;
- évaluer dans quelle mesure cet endommagement est responsable de la perte de module du matériau en fatigue ;
- savoir si ce mode d'endommagement vient parasiter l'interprétation usuelle des essais de fatigue : existe-t-il un champ d'auto-contrainte significatif généré par l'endommagement unilatéral?

Le premier paragraphe est consacré à la validation de notre programme dans des cas simples.

Le second paragraphe permet de comprendre les mécanismes fondamentaux de notre modélisation à partir d'une loi simple d'endommagement.

Le troisième paragraphe explique progressivement les différentes étapes de l'endommagement dans l'enrobé lors de l'essai de fatigue, sans prendre en compte le problème thermique, au travers trois lois d'évolution de dommage. Nous aboutissons ainsi à une loi d'évolution de dommage (loi (D3)) dont les paramètres sont validés sur les résultats d'un essai pratiqué à 20°C, 25 Hz et 380  $\mu\text{m}$  d'amplitude de déplacement imposé.

Dans le quatrième paragraphe nous comparons la simulation numérique et les résultats expérimentaux pour les différentes conditions de niveau de sollicitation, de fréquence et de température à déplacement imposé. Nous utilisons dans ce but la loi d'évolution de dommage déterminée dans le paragraphe précédent.

Le couplage du problème thermique au problème mécanique fait l'objet du cinquième paragraphe et permet ainsi de compléter notre modélisation.

Enfin le sixième paragraphe teste la pertinence de notre modèle à simuler l'essai de fatigue à force imposé. Nous y présentons les résultats d'une campagne d'essais réalisée sur la machine d'essai à force imposée du LRPC de Bordeaux, ainsi que les résultats numériques obtenus dans les mêmes conditions avec la loi de dommage utilisée à déplacement imposé.

## 4.1 Validation sur des cas simples

La programmation de notre modélisation est réalisée en FORTRAN 77.

Nous présentons ci-après deux cas élémentaires qui permettent de valider notre programmation :

- comparaison entre le calcul analytique de Résistance des Matériaux en élasticité et le cas équivalent en visco-élasticité linéaire pour signal sinusoïdal centré (cas isotherme sans endommagement) ;
- dans le cas des hypothèses classiques d'endommagement (le dommage est effectif autant en extension qu'en contraction), application d'une loi d'évolution de dommage linéaire en fonction du temps.

### 4.1.1 Validation par rapport à la solution analytique de Résistance des Matériaux et détermination du maillage optimal

La transformée de Laplace-Carson (TLC) (cf. annexe 1) appliquée au produit de convolution, dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale d'amplitude constante, permet d'obtenir une écriture de la loi de comportement visco-élastique sous la forme d'une loi d'élasticité. les contraintes et déformations sont écrites sous forme complexe ( $\varepsilon_0$  et  $\sigma_0$  sont des constantes) :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 e^{i\omega t} \text{ et } \sigma(t) = \sigma_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$$

$$\varepsilon(t) = \int_0^t F(t - \tau) \dot{\sigma}(\tau) d\tau \xrightarrow{\text{TLC}} \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0 e^{i\varphi}}{E^*(i\omega)} \text{ et } \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{|E^*(i\omega)|}$$

La simulation de l'essai de fatigue en élasticité statique permet de déterminer les amplitudes des signaux sinusoïdaux. La valeur de l'amplitude du déplacement est appliquée comme sollicitation en tête de la structure, dont le module de rigidité est égal à la norme du module complexe. Le calcul analytique de Résistance des Matériaux [Marsac, 1992] conduit à la relation suivante entre l'amplitude de flèche imposée en tête,  $V_{\text{imp}}$ , et l'amplitude de force résultante,  $F_0$  :

$$V_{\text{imp}} = \frac{3F_0 h^3}{4|E(i\omega)|e(b-a)^3} \left[ \text{Ln} \frac{a}{b} + \frac{(b-a)(3b-a)}{2b^2} \right]$$

où  $a$ ,  $b$ ,  $e$  et  $h$  sont les dimensions de l'éprouvette (cf. figure D2.2, §2.2).

La première étape la validation de notre programme consiste à comparer le résultat analytique d'amplitude de force en tête résultante avec la norme de l'amplitude complexe de la force,  $|F^*|$ , calculée dans le cas isotherme et sans endommagement.

L'éprouvette trapézoïdale est discrétisée horizontalement selon un pas de  $\Delta h_y = 2,50$  mm et verticalement selon un pas de  $\Delta h_z = 5,56$  mm.

Nous comparons le calcul analytique et le calcul numérique pour  $V_{\text{imp}} = 380$   $\mu\text{m}$ ,  $20^\circ\text{C}$  et  $25$  Hz. Dans ces conditions la norme du module complexe est  $|E^*| = 8346$  MPa, et les valeurs d'amplitude de force en tête sont :

- calcul analytique :  $F_0 = 126,4$  N ;
- calcul numérique :  $|F^*| = 126,6$  N.

L'erreur relative est d'environ 0,2%, et valide notre choix de maillage.



#### 4.1.2 Validation pour une loi d'évolution de dommage linéaire en fonction du temps

Ce paragraphe a pour but de valider le calcul de la perte de module due à l'endommagement.

Pour simplifier nous faisons l'hypothèse d'un endommagement qui affecte aussi bien les phases d'extension que de contraction (i.e. nous ne prenons pas en compte le caractère unilatéral).

Selon les mêmes hypothèses que celles du paragraphe précédent, la loi de comportement se réduit à :

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{|E^*(i\omega)|(1-d(t))}$$

La relation entre amplitude de force en tête,  $F_0(t)$ , et amplitude de déplacement imposé,  $V_{imp}$ , devient alors :

$$V_{imp} = \frac{3F_0 h^3}{4|E(i\omega)|(1-d(t))e(b-a)^3} \left[ \ln \frac{a}{b} + \frac{(b-a)(3b-a)}{2b^2} \right]$$

Soit une loi d'évolution de dommage,  $d(t)$ , linéaire en fonction du temps :

$$d(t) = a t \quad \text{avec } a \text{ constant}$$

Dans le cas isotherme la perte relative de force en tête doit être égale à l'endommagement,  $d(t)$  :  $\frac{F_0(t=0) - F_0(t)}{F_0(t=0)} = d(t)$

Les courbes de la figure D4.1 sont obtenues pour une simulation à 20°C, 25 Hz,  $V_{imp} = 380 \mu m$  et  $a = 10^{-3} s^{-1}$ .

La concordance entre la courbe d'évolution du dommage et celle de la perte relative de force en tête confirme le résultat analytique et valide notre programme dans ce cas simple d'endommagement.

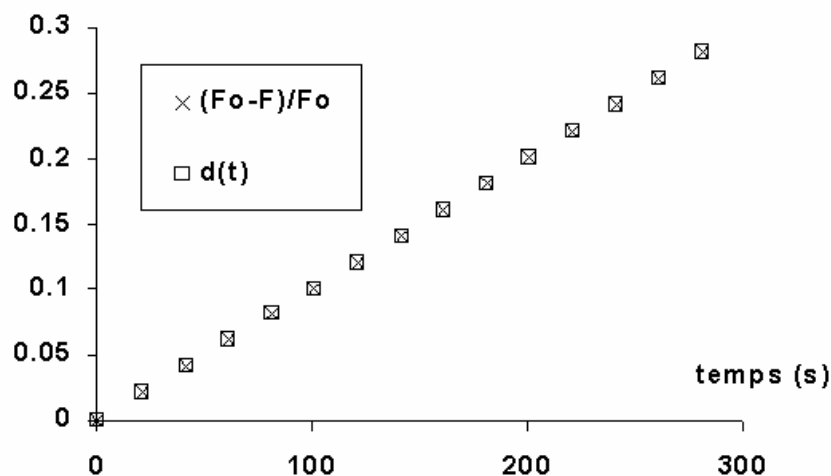


Fig.D4.1 : Perte de force relative et évolution du dommage pour  $a = 10^{-3} s^{-1}$  (20°C, 25 Hz et  $V_{imp} = 380 \mu m$ )

## 4.2 Etude de la réponse type du modèle

Le cas d'un endommagement unilatéral constant et homogène est envisagé ici pour expliciter les principaux comportements du modèle. Cette loi élémentaire de dommage rend compte de la création quasi instantanée de micro-fissures de façon diffuse dans toute la structure, dès le premier cycle de chargement. La justification de cette loi de dommage et la comparaison des résultats expérimentaux et numériques est exposée au §4.3.

La figure D4.2 montre la perte d'amplitude de force en tête et l'augmentation de l'extension moyenne à  $z = 48$  mm (section qui subit la plus grande amplitude de déformation) pour une amplitude de déplacement imposé,  $V_{imp} = 380$   $\mu\text{m}$ ,  $20^\circ\text{C}$  et  $25$  Hz, en isotherme et pour une loi d'évolution de dommage :

$$\text{loi (D1)} \quad d(|\varepsilon^*(y,z,t)|, N) = d_0 H(t) \quad (\text{où } H(t) \text{ est la fonction de Heaviside}).$$

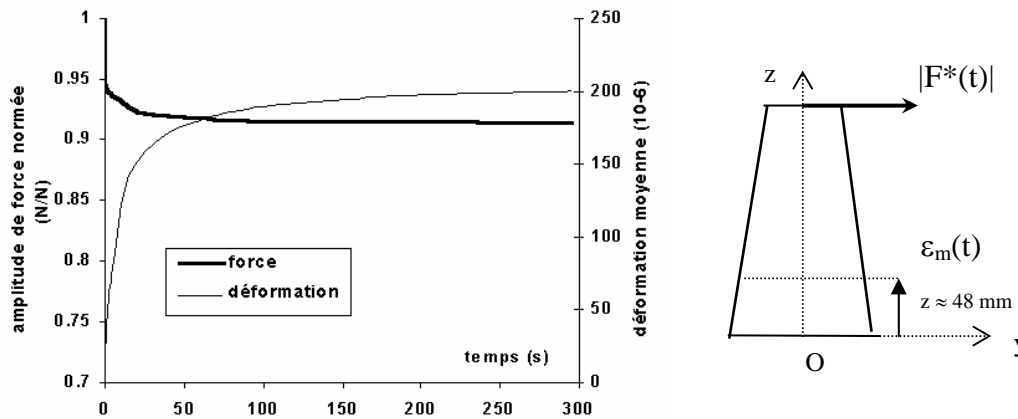


Fig.D4.2 : Simulation ( $d_0=0,1$ ) pour un essai à  $20^\circ\text{C}$ ,  $25$  Hz et  $V_{imp} = 380$   $\mu\text{m}$  ; dans la section de cote  $z = 48$  mm.

Ainsi un endommagement assez faible, ici  $d_0 = 0,1$ , combiné au caractère visco-élastique de l'enrobé provoque une extension moyenne verticale significative, car l'amplitude de déformation en fibre externe de la section à  $z = 48$  mm est de  $293.10^{-6}$ . Nous constatons aussi que ce phénomène contribue à la perte de force en tête de l'enrobé, et par conséquent à celle de son module de rigidité.

La suite de ce paragraphe explique les principales propriétés de notre modèle à partir de ce cas simple.

Nous commentons tout d'abord la perte de force en tête en fonction du dommage.

Ensuite nous explicitons les relations entre l'augmentation de la déformation moyenne et l'amplitude de déformation en fibre externe, le niveau de déplacement imposé et le niveau de dommage.

Enfin nous mettons en évidence le champ d'auto-contrainte résultant de l'endommagement unilatéral.

#### 4.2.1 Evolution de l'amplitude de force en tête

Dans les conditions de simulation décrites précédemment, la perte de force normée est égale à la perte de module.

L'équation (71) donne l'expression du module effectif du matériau :

$$\tilde{E}^*(\omega) = E^*(\omega) \frac{1 - d_0}{1 + \left(2\alpha - \frac{1}{2}\right)d_0}$$

$$\text{et } \alpha = \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(\frac{\varepsilon_m}{|\varepsilon^*|}\right)$$

Par conséquent :

- i) à  $t = 0$ ,  $\frac{\tilde{E}^*}{E^*} = 1$  puisque l'endommagement n'est pas encore créé ;
- ii) à  $t = T$  (1 cycle),  $\alpha \approx 0$  car  $\varepsilon_m \approx 0$ , donc  $\frac{\tilde{E}^*(\omega)}{E^*(\omega)} = \frac{1 - d_0}{1 - \frac{d_0}{2}} \approx 0,947$  comme la figure D4.2 le montre ;
- iii) lorsque la déformation moyenne est stabilisée et avoisine l'amplitude de déformation, les valeurs de  $\alpha$  dans la structure sont proches de  $\frac{1}{4}$ , donc  $\frac{\tilde{E}^*(\omega)}{E^*(\omega)} \approx 1 - d_0 = 0,9$ , valeur que nous retrouvons sur la figure D4.2.

#### 4.2.2 Champ d'auto-contraintes

L'endommagement unilatéral engendre un champ d'auto-contraintes le long de chaque section. Toutefois les faibles valeurs atteintes par ces contraintes internes, figures D4.4, ne changent que de façon négligeable les valeurs d'amplitude de contrainte en fibre externe.

En effet, au niveau de la section la plus sollicitée la contrainte moyenne en fibre externe vaut 1,6% de l'amplitude de contrainte (dans les conditions de la figure D4.4, à  $z = 48$  mm  $|\sigma^*| = 2,44$  MPa en fibre externe). Donc cette faible perturbation ne remet pas en cause l'interprétation usuelle de l'essai de fatigue.

Ces observations se retrouvent pour les différentes conditions de sollicitation si bien que nous ne reviendrons pas sur ces résultats dans la suite du document.

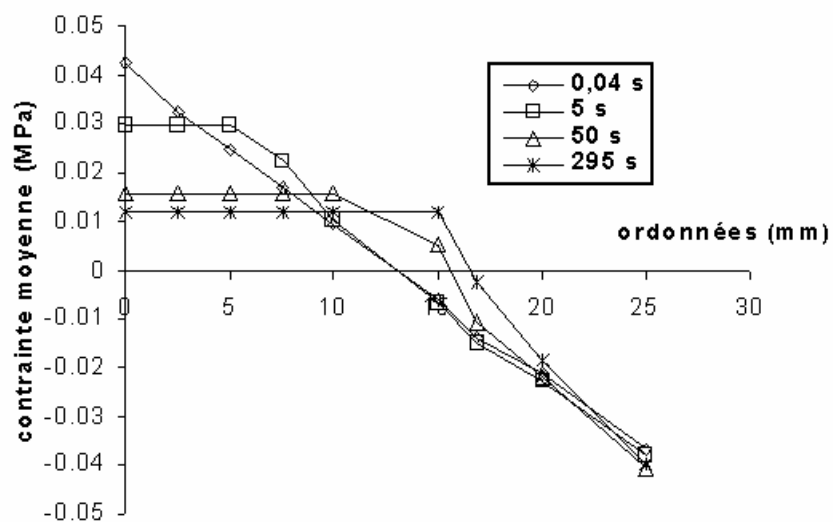


Fig.D4.4 : Champ de contrainte interne à  $z = 48 \text{ mm}$  pour une simulation à  $20^\circ\text{C}$ ,  $25 \text{ Hz}$  et  $V_{imp} = 380 \mu\text{m}$  et  $d_0 = 0,1$

### 4.3 Simulation de l'essai à 20°C, 25 Hz et $V_{imp}=380\mu m$ pour différentes lois d'évolution de dommage (cas isotherme)

Le paragraphe précédent introduit les principaux comportements dus à l'endommagement unilatéral dans un corps visco-élastique.

Dans ce qui suit nous comparons les résultats numériques et ceux expérimentaux obtenus à 20°C, 25 Hz et  $V_{imp} = 380 \mu m$  pour trois lois d'évolution de dommage complémentaires.

Nous avons fait le choix d'une modélisation qui s'appuie sur une cinématique des sections en tranches planes. Par conséquent les simulations numériques calculent la déformation moyenne globale (définie lors de la campagne expérimentale comme la moyenne à chaque instant des déformations moyennes des jauges centrées sur une même section) pour chaque section. Par abus de langage, nous emploierons désormais le terme "déformation moyenne" à la place de "déformation moyenne globale", lors des comparaisons entre les résultats numériques et ceux obtenus lors de la campagne expérimentale.

Ce paragraphe présente les résultats de contrainte, de déformation et de force en tête obtenus pour des lois simples d'évolution d'endommagement unilatéral et sans couplage thermique.

Ces lois d'évolution reposent sur l'hypothèse de la création quasi instantanée des micro-fissures d'endommagement, dès le premier cycle de chargement.

Ainsi nous choisissons les lois :

- $d(|\varepsilon^*(y,z,t)|, N) = d_0$  avec  $d_0$  constante et uniforme (loi (D1)) ;
- $\partial d(|\varepsilon^*(y,z,t)|, N) / \partial N = B e^{-d/C}$  avec B et C constantes et uniformes (loi (D2)) ;
- $\partial d(|\varepsilon^*(y,z,t)|, N) / \partial N = B e^{-d/C} + \beta |\varepsilon^*|^\gamma$  avec  $\beta$  et  $\gamma$  constantes (loi (D3)).

Ces lois permettent d'évaluer progressivement les conséquences sur les déformations et l'amplitude de force en tête :

- de la combinaison de la visco-élasticité et de la génération homogène de micro-fissures dès le premier cycle (loi (D1)) ;
- de l'évolution rapide homogène de l'endommagement (loi (D2)) ;
- de la localisation de l'endommagement (loi (D3)).

Les résultats de simulations numériques montrent la pertinence de notre modélisation pour rendre compte de l'allongement vertical de l'éprouvette et d'une partie de la perte de son module de rigidité.

Nous nous intéressons tout d'abord à l'étude de la zone la plus sollicitée ( $z \approx 48 \text{ mm}$ ). Ainsi nous comparons les résultats du modèle et les mesures d'essai pour la simulation d'une sollicitation à 20°C, 25 Hz et  $V_{imp} = 380 \mu m$  (amplitude de déplacement imposé) pour les lois (D1), (D2) de dommage homogène.

Puis nous étudions les conséquences de l'emploi de la loi (D3) et les effets de la localisation du dommage.

Ensuite nous analysons la répartition spatiale des déformations pour les mêmes conditions expérimentales.

Enfin nous comparons le calcul et les mesures expérimentales de la décroissance de la déformation moyenne à l'arrêt de la sollicitation.

#### 4.3.1 Résultats pour un endommagement uniforme et homogène

Les premiers résultats numériques du §4.2 montrent qu'un endommagement unilatéral de l'enrobé bitumineux même faible entraîne une extension moyenne verticale significative.

Nous montrons par la suite les conséquences qui peuvent être attribuées respectivement à la génération spontanée d'endommagement (loi (D1) de dommage constant et homogène), et à son évolution rapide (loi (D2) d'augmentation homogène du dommage).

##### a - Résultats pour un endommagement constant et homogène (loi (D1))

Nous réutilisons ici la loi de dommage du §4.2 :

loi (D1)  $d(|\epsilon^*(y,z,t)|, N) = d_0 H(t)$ .

Cette loi élémentaire de dommage traduit la création de fissures microscopiques dans tout l'enrobé au pseudo-contact des granulats dès le premier cycle de chargement.

La figure D4.5 compare  $\epsilon_m(t)$  et  $|F^*(t)|$ , respectivement la déformation moyenne et l'amplitude de force en tête, obtenues numériquement et expérimentalement.

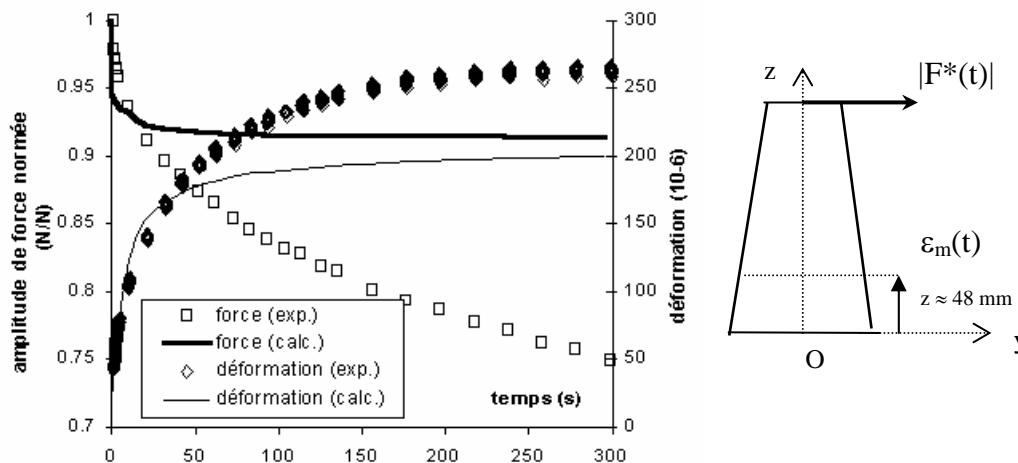


Fig.D4.5 : Comparaison de la simulation ( $d_0=0,1$ ) et des résultats expérimentaux pour un essai à 20°C, 25 Hz et  $V_{imp} = 380 \mu\text{m}$  ; et schéma des points de mesure ( $\epsilon_m(t)$ , déformation moyenne ;  $|F^*(t)|$  amplitude de force).

Ainsi un endommagement assez faible, ici  $d_0=0,1$ , permet de rendre compte de l'extension moyenne verticale mesurée lors des essais. Nous constatons aussi que ce phénomène contribue à la perte de force en tête de l'enrobé, et par conséquent de son module de rigidité.

La combinaison de l'endommagement unilatéral et de la visco-élasticité produit donc l'allongement vertical mesuré expérimentalement.

Cependant l'emploi d'une telle loi ne permet pas de simuler les différents comportements observés en phase B : décroissance de  $\epsilon_m(t)$  et de  $|F^*(t)|$ . Elle ne permet pas non plus de simuler les évolutions d'amplitude de déformation,  $|\epsilon^*(t)|$  (cf. figure C2.4 au §C2.1.2b).

La figure D4.6 montre de plus qu'une loi d'évolution de dommage plus appropriée permettrait d'affiner la simulation de  $\varepsilon_m(t)$ , pour rendre compte à la fois de la pente à l'origine et la valeur maximale en fin de phase A..

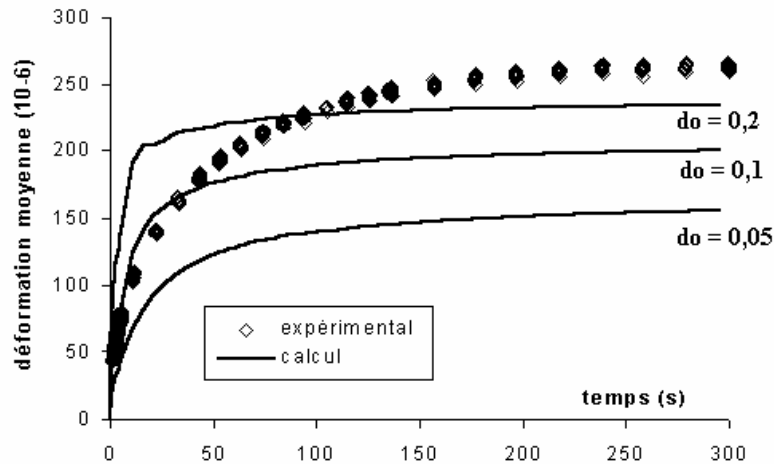


Fig.D4.6 : Déformation moyenne expérimentale et simulations pour différentes valeurs de dommage pour 20°C, 25 Hz et  $V_{imp} = 380 \mu m$

Cette loi simple est donc insuffisante (cf figure D4.6) car :

- elle surestime la pente à l'origine de la perte de force et légèrement celle de  $\varepsilon_m(t)$  ;
- elle sous-estime la valeur maximale de  $\varepsilon_m(t)$  et la perte de force en fin de phase A.

Il n'est donc pas possible d'améliorer ces résultats en jouant sur le seul paramètre  $d_0$  pour satisfaire à la fois la pente à l'origine et les valeurs en fin de phase A de  $\varepsilon_m(t)$  et  $|F^*(t)|$ , respectivement la déformation moyenne et l'amplitude de force en tête.

La loi (D1) permet de mettre en évidence les comportements élémentaires liés à la phase de création instantanée de dommages dans l'enrobé. Cependant ces premières observations appellent l'amélioration de la loi d'évolution de dommage pour compléter la pertinence du modèle et y inclure le problème thermique dans un second temps.

#### **b - Résultats pour une loi d'évolution homogène de l'endommagement (loi(D2))**

La loi (D2),  $\partial d(|\varepsilon^*(y,z,t)|, N) / \partial N = B e^{-d/C}$ , rend compte du même processus physique que la loi (D1) mais de façon plus continue (cf. figure D4.7) : création de micro-fissures dès le premier cycle.

Le coefficient B permet de déterminer la pente à l'origine de la courbe  $d(N)$ , et donc la rapidité du phénomène pendant les premiers cycles.

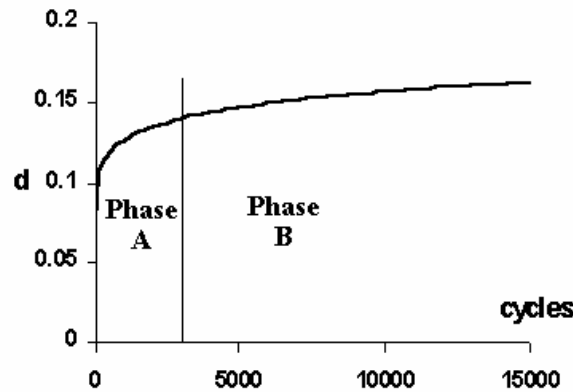


Fig.D4.7 : Loi d'évolution d'endommagement (D2) pour  $B=0,05$  et  $C= 0,015$

Nous postulons au travers de cette loi d'endommagement que la phase A de l'essai de fatigue correspond à la période de génération rapide des micro-cavités. Leur propagation concerne quant à elle la phase B et relève d'une vitesse d'endommagement plus lente qu'en phase A.

Ceci est à rapprocher de la modélisation de l'essai de Rupture Locale Répétée sur Bitume [Brachet, 1999] qui montre deux choses :

- le facteur d'intensité de contrainte au pseudo-contact des granulats est très élevé tant que la fissure est d'un rayon très inférieur à la dimension du granulat, et explique la propagation initiale rapide des cavités ;
- ce facteur d'intensité de contrainte décroît en revanche très vite dès que l'on s'éloigne de la zone de pseudo-contact et que le front de fissure débouche sur des zones de "plein champ" : la propagation de la micro-fissure devient ainsi beaucoup plus lente.

Les résultats de [Ashayer Soltani, 1998] confortent aussi ces hypothèses. Ils mettent en effet en évidence une cinétique rapide d'endommagement en début d'essai de fatigue qui décroît pour devenir pratiquement constante en phase B.

La loi (D2) permet d'évaluer les conséquences d'un tel comportement. La figure D4.8 montre l'évolution de la déformation moyenne et de l'amplitude de force en tête pour cette loi.

Les paramètres de la loi (D2), B et C, sont définis pour obtenir une déformation moyenne à  $z = 48$  mm proche de celle mesurée en début d'essai, et valent pour cet exemple :  $B = 0,05$  ;  $C = 0,015$ .

Les résultats numériques coïncident avec les mesures jusqu'à environ 50 s.

Par contre ils sous-estiment la déformation moyenne ainsi que la perte de force en tête au-delà des 50 premières secondes de sollicitation. En fin de phase A, à  $t = 300$  s pour cet exemple, notre modélisation explique un peu moins de 15% de la perte du module de rigidité. Nous verrons que la prise en compte de l'échauffement du matériau notamment (cf. §4.5) améliore ces résultats.



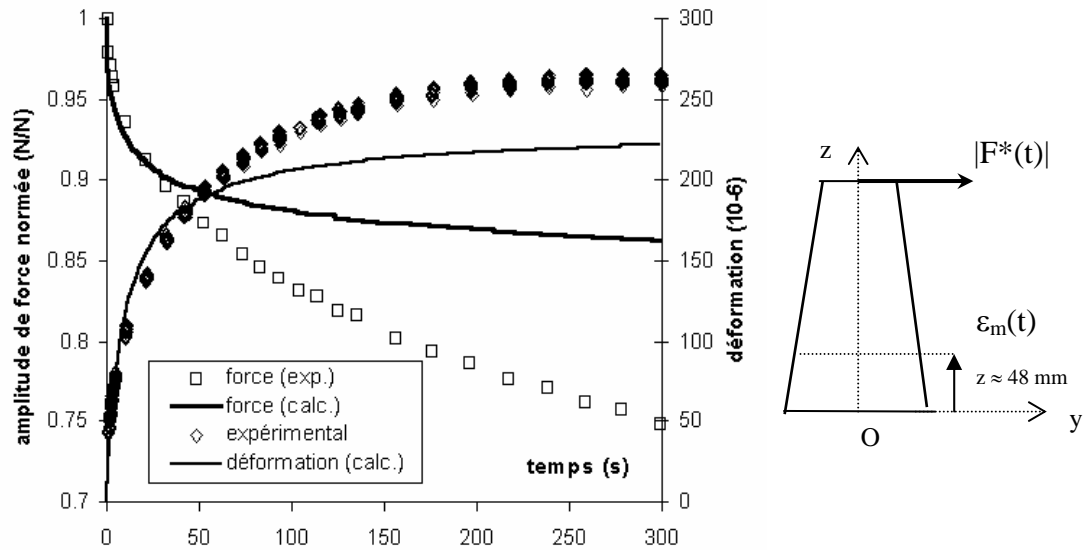


Fig.D4.8 : Résultats expérimentaux et simulation de la déformation moyenne à  $z = 48 \text{ mm}$  et amplitude de force ( $20^\circ\text{C}$ ,  $25 \text{ Hz}$  et  $V_{\text{imp}} = 380 \mu\text{m}$ ) ; et schéma des points de mesure.

Cette loi d'évolution de dommage homogène ne permet pas de rendre compte des évolutions des amplitudes de déformations mesurées expérimentalement (cf figure C2.12 du §C2.2.3b).

Une loi d'endommagement fonction de l'amplitude de la déformation permet notamment de prendre en compte ce phénomène comme cela est exposé dans le paragraphe suivant.

#### 4.3.2 Résultats pour une loi d'évolution de dommage fonction de la déformation (loi (D3))

Nous abordons maintenant les conséquences d'une loi locale d'évolution d'endommagement du type :

$$\text{loi (D3)} \quad \partial d(|\varepsilon^*(y,z,t)|, N) / \partial N = B e^{-d/C} + \beta |\varepsilon^*(y,z)|^\gamma$$

avec  $\beta$  et  $\gamma$  constantes positives.

Ce type de loi privilégie l'endommagement dans les zones de plus forte amplitude de déformation, qui correspondent aux zones d'apparition de la fissuration macroscopique.

Notons que le terme  $\beta |\varepsilon^*(y,z)|^\gamma$  utilisé seul ne permet pas de modéliser de façon satisfaisante l'extension verticale moyenne. Il complète ainsi la phase initiale de création homogène de micro-fissures. La figure D4.9 donne ainsi l'évolution du dommage en plusieurs endroits de la fibre externe dans le cas de  $V_{\text{imp}} = 380 \mu\text{m}$ .

Ces courbes montrent que cette loi locale d'évolution privilégie particulièrement la zone de plus forte déformation vis-à-vis de l'endommagement.

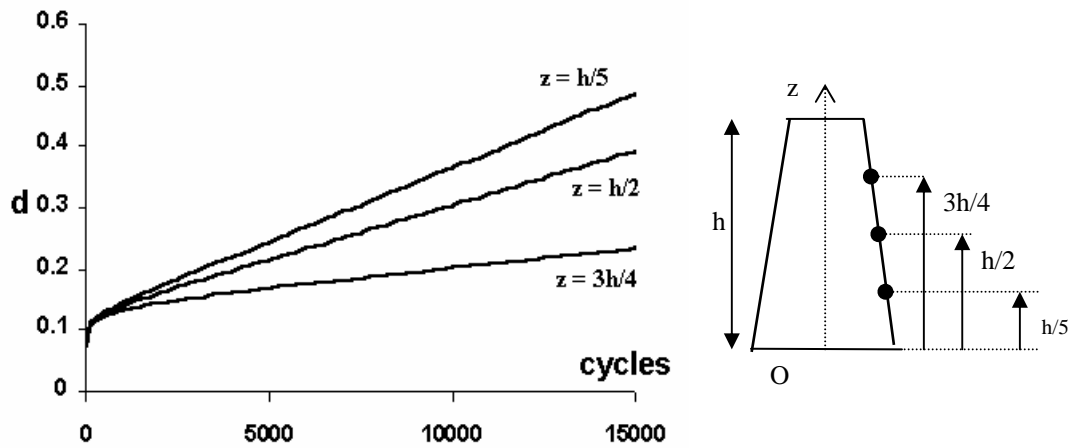


Fig. D4.9 : Evolution du dommage en fibre externe pour  $B = 0,05$  ;  $C = 0,015$  ;  $\beta = 10^{13}$  ;  $\gamma = 5$  et  $V_{imp} = 380 \mu m$  (cas où  $|\epsilon^*|$  n'évolue pas).

Le gradient de dommage ainsi créé dans la structure provoque deux autres phénomènes en plus d'endommager en priorité la zone la plus sollicitée :

- l'évolution des amplitudes de déformation ;
- la perte plus importante de la force en tête.

Les figures D4.10 (a) et (b) mettent en évidence l'incidence de la localisation du dommage en début d'essai, comparativement aux calculs effectués avec la loi (D2).

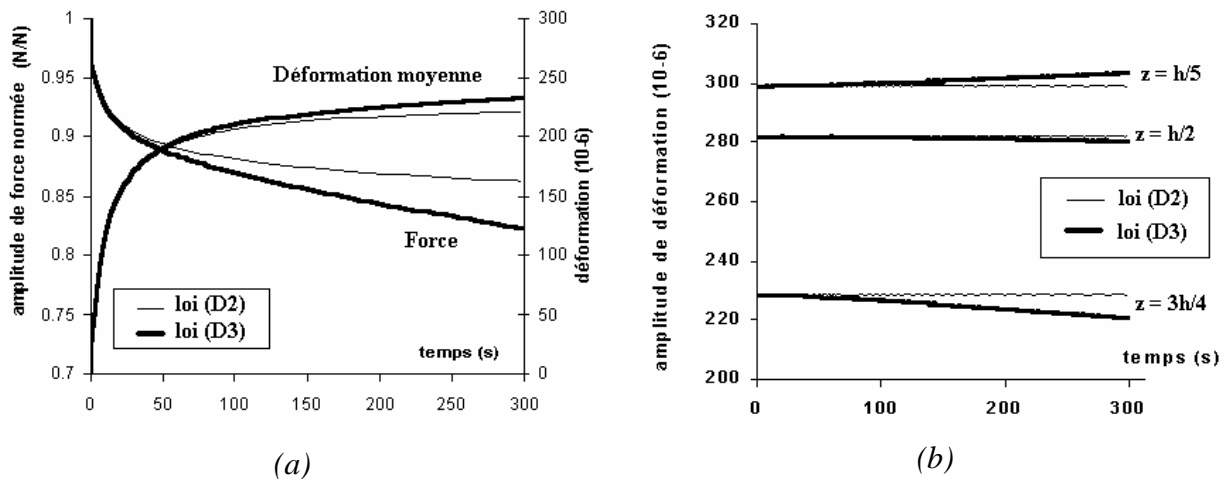


Fig. D4.10 : Incidences de la localisation de l'endommagement – Comparaison entre la loi (D2) et la loi (D3) ( $B=0,5$  ;  $C=0,015$  ;  $\beta=10^{13}$  ;  $\gamma=5$ ) :  
(a)  $\epsilon_m(z=48 mm, t)$  et  $|F^*(t)|$  ; (b)  $|\epsilon^*(y, z, t)|$

Les figures ci-dessus montrent donc une perte de force en tête qui au lieu de se stabiliser comme avec la loi (D2) continue de décroître de façon quasi linéaire. La loi (D3) permet donc de simuler la perte de module en phase B de l'essai de fatigue.

L'utilisation de la loi (D3) aboutit à une faible augmentation de la déformation moyenne, par contre elle engendre l'évolution des amplitudes de déformations qui n'est pas possible avec la loi homogène (D2).

Ces évolutions sont en accord qualitativement avec les mesures de la figure C2.12 (cf. §2.2.3b, partie C) : l'amplitude de déformation en fibre externe augmente au niveau de la zone la plus sollicitée, et elle augmente moins voire elle décroît pour les sections de cote supérieure.

Ainsi la loi d'évolution de dommage (D3) qui traduit la création homogène rapide d'endommagement suivie de sa localisation, se révèle plus performante que la loi (D2) pour simuler les évolutions de la déformation moyenne et l'amplitude de déformation en début d'essai, phase A, et pour mieux rendre compte de la perte de module jusqu'en phase B.

#### **4.3.3 Répartition du champ de déformation moyenne**

Dans les paragraphes précédents nous nous sommes intéressés essentiellement à l'extension de la section la plus sollicitée à la cote  $z = 48$  mm.

Nous nous intéressons ici au champ de déformation moyenne pour différentes sections de la structure.

Dans un premier temps nous présentons les résultats du calcul numérique quant aux déformations moyennes en différentes cotes de la structure.

Dans un second temps nous apportons un début d'explication des phénomènes de non homogénéité de la déformation moyenne le long d'une même section en phase B.

##### **a – Evolution de la déformation moyenne globale selon l'axe (Oz)**

La figure D4.11 compare les déformations moyennes calculées et expérimentales à différentes cotes de mesure :  $z \in \{48 ; 130 ; 200 \text{ mm}\}$ . La simulation est effectuée avec les paramètres de la loi (D3) établis précédemment :  $B=0,5$  ;  $C=0,015$  ;  $\beta=10^{13}$  ;  $\gamma=5$ .

Les résultats numériques pour les mêmes conditions de sollicitation, avec la loi (D3) établie précédemment, classent de la même façon les déformations moyennes : la déformation maximale est obtenue à  $z = 48$  mm, et elle décroît en fonction de  $z$  à un instant  $t$  donné.

Ce comportement s'explique par la construction même de notre modèle puisque le moteur de l'extension moyenne est fonction de l'amplitude de déformation. De plus notre critère d'ouverture et de fermeture des micro-cavités d'endommagement est fonction du signe de déformation. Ainsi la déformation moyenne de chaque section ne peut excéder l'amplitude de déformation en fibre externe, et est naturellement plus importante en ce qui concerne la section de plus grande amplitude de déformation.

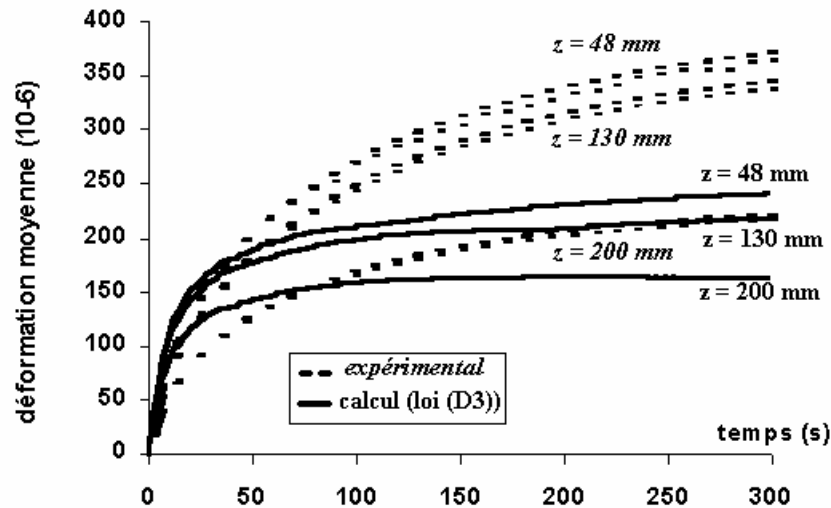


Fig.D4.11 : Champ de déformation moyenne selon l'axe ( $Oz$ ) pour  $V_{imp} = 380\mu m$ , 25 Hz et  $20^{\circ}C$

Remarque : L'essai dont les résultats sont présentés en figure D4.11 n'est pas l'essai à partir duquel la loi d'évolution de dommage (D3) a été calée. Ceci explique en partie l'écart entre les courbes expérimentales et le calcul. En effet, la loi d'évolution de dommage ne prend pas en compte la dispersion des résultats expérimentaux.

#### b – Vers une explication de l'évolution de la déformation moyenne selon l'axe y

Notre modélisation repose sur l'hypothèse de cinématique des sections en "tranches planes". Ainsi la déformation moyenne est supposée être homogène en tout point d'une même section transversale. Cependant certains résultats expérimentaux semblent remettre en cause cette hypothèse. Nous montrons en effet en figure C2.9 (§2.2.2, partie C), que la déformation moyenne mesurée sur l'axe de symétrie verticale de l'éprouvette devient supérieure à celle de la fibre externe.

L'origine de cette non homogénéité peut avoir plusieurs causes dont nous retenons principalement :

- le collage imparfait entre les faces de l'éprouvette et les casques de fixation qui provoquerait une flexion anti-plan parasite lors de la sollicitation ;
- la forte perte locale de rigidité due à l'action combinée de l'élévation de température et l'endommagement.

Nous développons ce deuxième point dans les lignes suivantes.

L'élévation locale de température et le dommage créent au sein du matériau des gradients de module de rigidité. Pour en donner un ordre de grandeur nous nous intéressons à la différence de module de rigidité entre le centre et la fibre externe de la section la plus sollicitée de l'éprouvette ( $z \approx 48$  mm).

La dissipation d'énergie liée à la viscosité de l'enrobé provoque une augmentation de température dans l'éprouvette. Cette augmentation est plus forte dans la zone de plus forte sollicitation.

Les techniques de thermographie infra-rouge permettent de mesurer le champ de température à la surface de l'éprouvette lors de l'essai de fatigue. Des travaux récents [De La Roche, 1996] [Vallès, 1998] sur un enrobé de formulation comparable à la nôtre, montrent une différence de 2°C entre le centre et le bord de la section la plus sollicitée (dans les mêmes conditions de sollicitation que les nôtres) peu après la phase A. Or nous savons que le passage de 20 à 22°C provoque une chute du module de 13% environ.

De plus les paragraphes précédents mettent en évidence l'existence de l'endommagement dès les premiers cycles de sollicitation. La loi (D3) d'évolution de dommage montre que l'endommagement en fibre externe devient rapidement supérieur à celui en zone centrale (cf. figure D4.9) d'environ 10%.

Ainsi la zone en fibre externe de la section la plus sollicitée est le lieu de plus forte température et de plus fort dommage. En reprenant les chiffres cités précédemment le module en fibre externe peut être rapidement plus faible qu'au centre de 22%.

Ces éléments d'explication montrent donc qu'il peut exister de forts gradients de module au sein de l'enrobé.

Il est alors facile d'imaginer que le matériau peut présenter localement des zones de résistance négligeable en comparaison des endroits où la température et l'endommagement sont moindres.

A partir de cette hypothèse nous présentons un calcul simple pour montrer que cette perte de surface résistante entraîne la majoration de l'amplitude de déformation dans le reste de section résistante du matériau.

Considérons le changement de structure illustré par la figure D4.12. Nous supposons que la zone en pointillés n'offre qu'une résistance négligeable et est équivalente à une réduction de section résistante. Nous développons un calcul de Résistance des Matériaux (RdM) classique en élasticité pour comparer les effets de cette perte de section sur la déformation locale.

La notation adoptée par la suite suit la règle suivante : les indices "ne" se rapportent à la structure **n**on **e**ndommagée, et les indices "e" à la structure **e**ndommagée par la réduction de section.

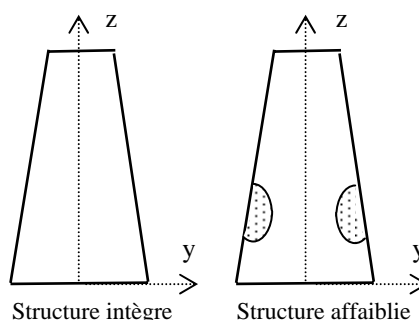


Fig.D4.12 : Schéma d'une perte de section due par hypothèse à l'élévation de température et l'endommagement

Par analogie avec la notation de paragraphe §2.2, F désigne la force en tête, E le module de rigidité, M le moment de flexion autour de l'axe (Ox), v le déplacement selon (Oy) et l(z) est la distance entre l'axe (Oz) et le bord de la section de cote z.

Les calculs classiques de RdM fournissent les équations suivantes qui concernent respectivement la structure non endommagée et celle endommagée :

- pour la structure non endommagée

$$(79) \quad \sigma_{ne} = E_{ne} \varepsilon_{ne}$$

$$(80) \quad M_{ne} = 4 \int_0^{l_{ne}(z)} \int_0^e \sigma_{ne} y dx dy = -F_{ne} (h - z)$$

$$(81) \quad \varepsilon_{ne} = -y v_{ne,z}''$$

- pour la structure endommagée :

$$(82) \quad \sigma_e = E_e \varepsilon_e$$

$$(83) \quad M_e = 4 \int_0^{l_e(z)} \int_0^e \sigma_e y dx dy = -F_e (h - z)$$

$$(84) \quad \varepsilon_e = -y v_{e,z}''$$

Les équations (79), (80) et (81) donnent :

$$(85) \quad \varepsilon_{ne} = -y \frac{3F_{ne}(h-z)}{4E_{ne}e l_{ne}(z)^3}$$

Les équations (82), (83) et (84) donnent :

$$(86) \quad \varepsilon_e = -y \frac{3F_e(h-z)}{4E_e e l_e(z)^3}$$

Le rapport de l'équation (85) sur l'équation (86) aboutit à :

$$(87) \quad \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_{ne}} = \frac{F_e E_{ne} l_{ne}(z)^3}{F_{ne} E_e l_e(z)^3}$$

Plaçons nous à la cote d'une section réduite dans le cas endommagé, alors  $l_{ne}(z) > l_e(z)$ . Supposons de plus que nous nous trouvons dans les mêmes conditions de force en tête et de module :  $F_e = F_{ne}$  et  $E_e = E_{ne}$ . Dans ce cas l'équation (87) montre que  $\varepsilon_e > \varepsilon_{ne}$ .

Nous démontrons ainsi que prendre en compte la réduction de la section résistante entraîne la majoration de l'amplitude de déformation localement. Nous remarquons de plus que cet effet est important puisqu'il est proportionnel au cube du rapport entre les deux largeurs de section  $l_{ne}(z)$  et  $l_e(z)$  : par exemple si  $l_e(z)/l_{ne}(z) = 0,95$  (perte de 5% de section résistante) alors l'amplitude de déformation en un point de la section résistante effective est majorée de 15%.

Ce résultat a un impact direct sur notre modélisation. En effet nous montrons dans les paragraphes précédents que le phénomène d'extension est lié à l'amplitude de contrainte et par conséquent à l'amplitude de déformation. Donc une majoration de l'amplitude de déformation au niveau de la section résistante effective entraîne une déformation moyenne plus importante dans cette partie de la section.

Par conséquent la prise en compte de la perte de résistance mécanique d'une partie de section pourrait expliquer la non homogénéité observée entre le centre et les bords de la section la plus sollicitée.

#### 4.3.4 Incidence de l'arrêt de sollicitation

La figure D4.13 compare la mesure expérimentale et la simulation de l'évolution de la déformation moyenne à  $z = 48$  mm pour un arrêt de sollicitation en utilisant la loi (D3) définie précédemment.

Nous remarquons que le modèle donne un comportement proche de celui mesuré expérimentalement :

- la déformation moyenne chute dès l'arrêt de la sollicitation ;
- la cinétique de décroissance de la simulation est quantitativement en très bon accord avec celle de l'essai.

Le comportement prévu par le calcul est imputable à la rigidité de l'enrobé. En effet le modèle rhéologique de Huet-Sayegh rend compte entre autre de la structure rigide des mélanges bitumineux due à leur squelette granulaire.

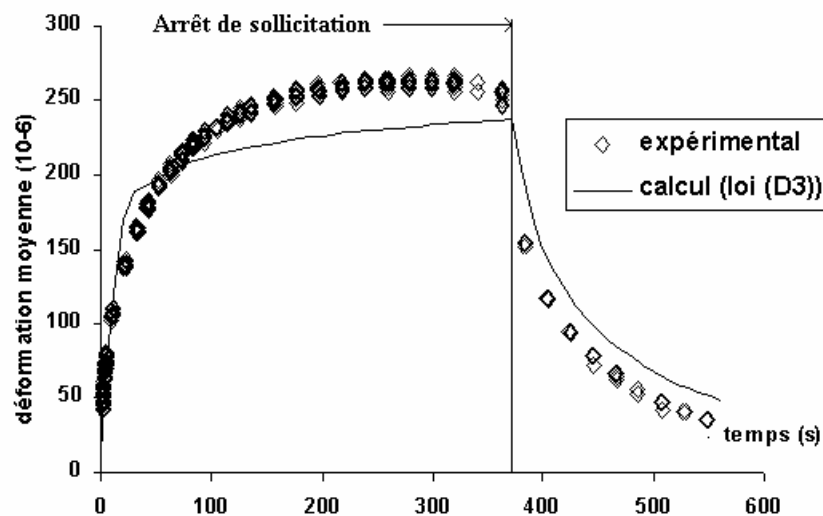


Fig.D4.13 : Arrêt de sollicitation pour un essai à  $21,4^{\circ}\text{C}$ , 25 Hz et  $V_{imp} = 380 \mu\text{m}$

Notre hypothèse d'un endommagement qui se crée sous la forme de micro-cavités vides d'air aide à la compréhension du phénomène. Dans ces conditions en effet, il n'existe pas de gaz dans les micro-fissures susceptible de s'opposer à la force de rappel du matériau vers sa géométrie initiale. Par conséquent le recollement complet des lèvres de ces micro-fissures s'obtient rapidement.

Ce comportement favorise l'auto-réparation des micro-fissures et ainsi la récupération des caractéristiques mécaniques originelles du matériau avec une période de repos. A fortiori dans le cas des essais discontinus de fatigue, les phases courtes de repos entre deux salves de sollicitation permettent aux micro-cavités d'être entièrement recollées de manière quasi instantanée. Le temps d'auto-réparation est ainsi lié au temps de remise en contact des lèvres de fissures.

## 4.4 Comparaisons entre les essais et les simulations numériques pour différentes conditions de chargement avec la loi de dommage (D3)

### 4.4.1 Incidence du niveau de sollicitation

La pertinence du modèle pour simuler le comportement de l'enrobé bitumineux à différents niveaux d'amplitude de déplacement est éprouvée dans les conditions de sollicitation suivantes : 20°C, 25 Hz et 200, 380 et 500  $\mu\text{m}$ . Les courbes de la figure D4.14 permettent de comparer les résultats numériques et expérimentaux.

La simulation est qualitativement en accord avec les mesures de déformation moyennes relevées à  $z = 48 \text{ mm}$  : cette extension moyenne est une fonction croissante du niveau de sollicitation.

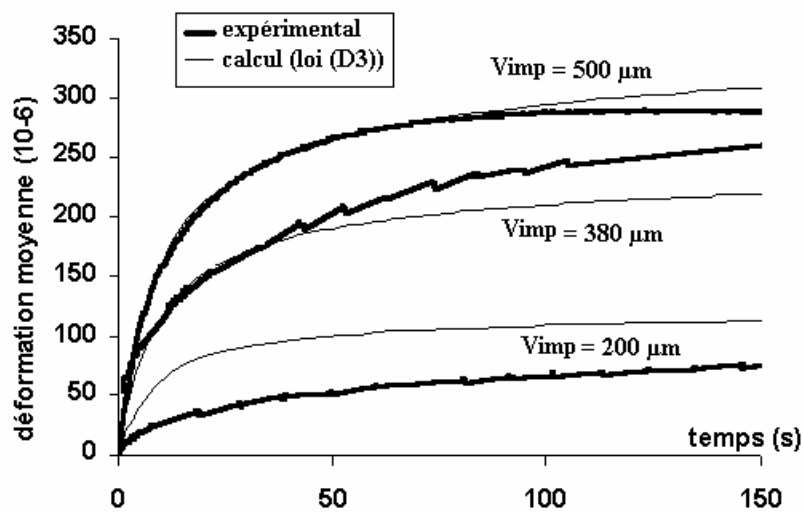


Fig.D4.14 : Incidence du niveau de sollicitation sur la déformation moyenne à 25 Hz et 20°C

Ce résultat n'est pas surprenant puisque la déformation moyenne est une fonction croissante de l'amplitude de déformation dans notre modèle.

D'autre part la figure D4.14 montre que le calcul est en bon accord avec l'ensemble des mesures. Il se révèle toutefois meilleur pour les deux plus forts niveaux 380 et 500  $\mu\text{m}$ .

### 4.4.2 Incidence de la température d'essai

Les comparaisons entre les simulation et les essais portent sur les conditions de sollicitation suivantes : 380  $\mu\text{m}$ , 25 Hz et -10, 10, 20 et 28°C.

Là encore la discussion porte sur les déformations moyennes relevées sur le section de cote  $z = 48 \text{ mm}$ .

La figure D4.15a oppose les résultats numériques et expérimentaux de déformation moyenne en début d'essai pour les quatre températures que nous avons testées.

Ces résultats sont identiques pour les températures basses -10 et 10°C. A 20°C le modèle décrit bien le tout début d'essai mais perd de sa pertinence par la suite, comme cela est déjà exposé dans les paragraphes précédents. Enfin, la déformation moyenne calculée à 28°C majore fortement celle mesurée lors de l'essai.



Malgré cette divergence quantitative relevée à 28°C, le modèle donne des résultats qui correspondent aux mesures expérimentales :

- la pente à l'origine est plus forte lorsque la température d'essai est plus élevée (figure D4.15a) ;
- la déformation moyenne est une fonction non monotone de la température à un instant donné en début d'essai, comme le montre la figure D4.15b.

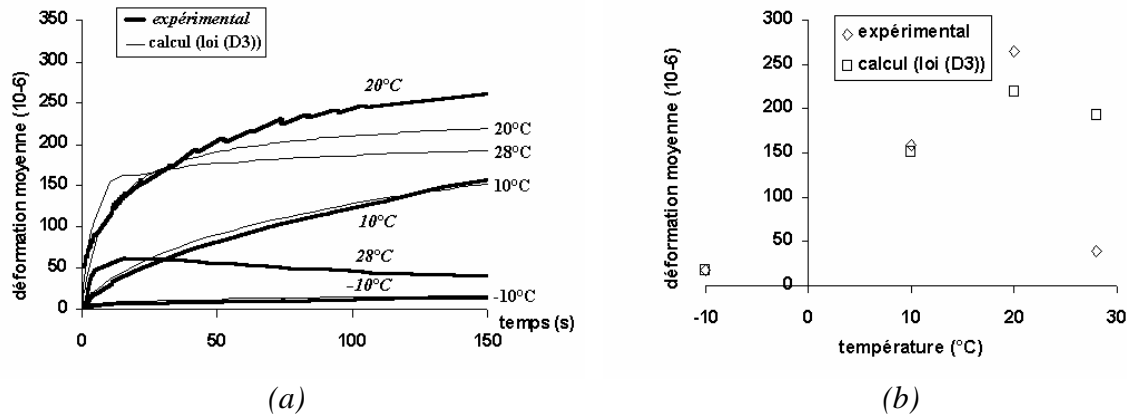


Fig.D4.15 : Incidence de la température pour  $V_{imp} = 380 \mu m$  et 25 Hz sur :  
 (a) la déformation moyenne en début d'essai  
 (b) la valeur  $\varepsilon_m$  à  $t = 150 s$

La forte divergence des résultats à 28°C est à relativiser. En effet nous rappelons que les résultats expérimentaux correspondent à la déformation moyenne globale de la section, c'est-à-dire la moyenne des jauges centrées sur cette section à chaque instant. Or le §C2.4.5b montre qu'à cette température, seules les jauges placées sur l'axe central de l'éprouvette donnent une déformation moyenne homogène. La déformation moyenne globale ne reflète alors pas le comportement général de la section.

La diminution de la viscosité du matériau bitumineux avec la température explique l'augmentation de la pente à l'origine.

L'évolution "en cloche" de la déformation moyenne en fonction de la température, en phase A, est due à l'incidence combinée de :

- l'étendue importante des valeurs que peut prendre le coefficient d'équivalence temps/température,  $a(\theta)$ , dans la gamme des températures d'essai [-10 ; 28°C] ;
- l'augmentation du déphasage en fonction de la température.

En effet, le coefficient d'équivalence temps/température décroît de  $7,11 \cdot 10^3 s$  à  $1,56 \cdot 10^{-3} s$  entre -10 et 28°C. La forte variation de ce temps caractéristique implique une cinétique d'extension moyenne fortement plus lente à basse température qu'à haute température. Donc à niveau de sollicitation égal et à un instant donné, la valeur d'extension moyenne est effectivement plus élevée à basse température.

De plus, le "moteur" d'extension moyenne est plus élevé à basse température. Pour expliciter cet argument nous rappelons les équations de comportement établies au §2.1.2 :

$$(13) \quad \varepsilon_m(t) = \int_0^t F \left( \int_{\tau}^t \frac{d\xi}{a(\theta(\xi))} \right) \left( \ddot{\sigma}_m(\tau) - E_0 \dot{\varepsilon}_m(\tau) \right) d\tau$$

$$(16) \quad \tilde{\sigma}_m = \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d}{1-d} \right] \sigma_m + |\sigma^*| \frac{d}{(1-d)\pi} \cos(2\pi\alpha) \cos\varphi$$

Ainsi nous appelons "moteur" de l'extension moyenne le terme lié à l'amplitude complexe de contrainte,  $|\sigma^*|$ , dans l'équation (16). C'est en effet ce terme qui provoque l'extension moyenne,  $\varepsilon_m$ , dans l'équation (13).

De plus, l'augmentation du déphasage,  $\varphi$  (i.e. la baisse de  $\cos\varphi$  dans l'équation (16)), avec la température contribue aussi à réduire le terme "moteur" de l'extension lorsque la température d'essai augmente. Ce phénomène est illustré par la figure D4.16.

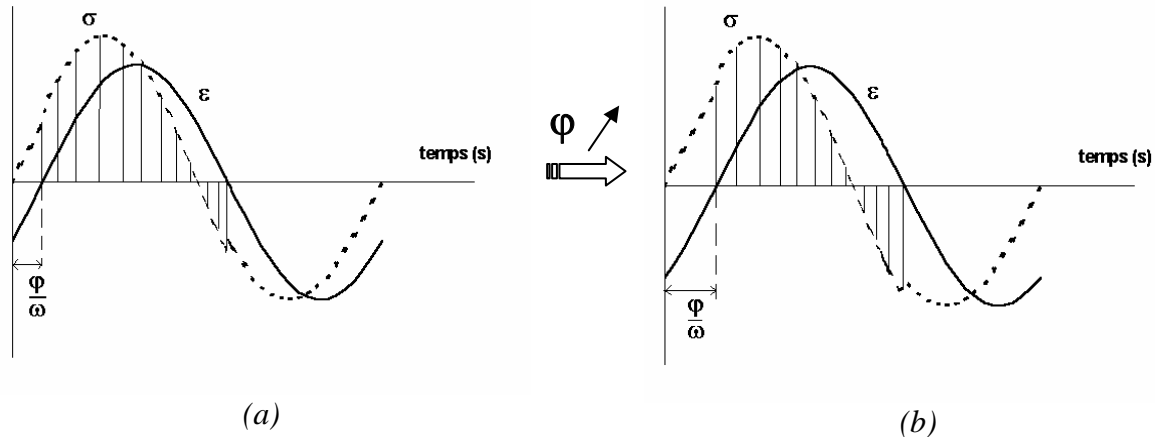


Fig.D4.16 : Schéma de l'incidence de l'augmentation du déphasage,  $\varphi$ , sur la contrainte (la partie hachurée correspond à la phase d'ouverture des micro-fissures de dommage)

Le "terme moteur" existe tant que les comportements en traction et en compression sont dissymétriques. La figure D4.16 montre l'exemple d'une sollicitation à déformation imposée. La partie hachurée correspond à la phase d'ouverture de micro-fissures ( $\varepsilon > 0$ ), phase pendant laquelle la contrainte est majorée du fait de l'endommagement. Nous constatons donc que l'endommagement favorise la traction si  $\varphi < 45^\circ$ , car dans ces conditions la contrainte moyenne sur une période est positive strictement. L'aire hachurée ainsi définie est plus importante en traction qu'en compression ce qui engendre l'extension moyenne. La figure D4.16b montre l'effet d'une augmentation du déphasage entre contrainte et déformation : l'aire hachurée en traction perd de son importance en faveur de la compression. Cette augmentation de déphasage correspond au cas d'une augmentation de température (matériau moins visqueux). Dans ce deuxième cas, le bilan sur une période de la contrainte moyenne et l'amplitude de contrainte aboutit à un terme moteur moins important.

#### 4.4.3 Incidence de la fréquence

Les simulations concernent les essais réalisés à  $20^\circ\text{C}$ , pour  $V_{\text{imp}} = 380 \mu\text{m}$  et pour les fréquences 10, 25, et 40 Hz. Notons que l'essai à 25 Hz n'est pas celui pour lequel nous avons déterminé les paramètres de la loi (D3), ce qui explique l'écart constaté entre les résultats numériques et expérimentaux (dispersion entre les différents résultats expérimentaux). En effet les trois essais présentés dans la figure D4.17a et D4.17b sont réalisés avec la même éprouvette selon le protocole de sollicitation courte (protocole (P2) défini au §1.3.3, partie C). La figure D4.17a présente les résultats en fonction du temps et la figure D4.17b présente ces mêmes résultats en fonction du nombre de cycles.

Les résultats numériques sont qualitativement en accord avec les observations expérimentales et montrent deux choses :

- à durée de sollicitation égale en temps, une augmentation de la fréquence entraîne une déformation moyenne plus importante (cf. figure D4.17a) ;
- à nombre de cycles égal la déformation moyenne est la même d'un essai en fréquence à l'autre (cf. figure D4.17b).

Les résultats de la figure D4.17b montrent que l'extension moyenne est un phénomène qui ne dépend que du nombre de cycles de sollicitation en début d'essai, à température d'essai et niveau de sollicitation égaux. Cette constatation justifie notamment l'emploi d'une loi d'évolution de dommage fonction du nombre de cycles.

Par contre l'écart quantitatif entre simulation et essai est non négligeable. Nous mettons en cause là encore la dispersion expérimentale due à la variation des caractéristiques mécaniques d'une éprouvette à l'autre. En effet les essais en fréquence sont les derniers effectués lors de notre campagne expérimentale qui s'est étalée sur plus d'un an. Ces derniers essais sur l'étude de la fréquence conduisent à des résultats de déformation moyenne supérieurs à ceux réalisés dans les mêmes conditions en début de campagne expérimentale :  $V_{imp} = 380 \mu m$ ,  $20^\circ C$  et 25 Hz. Nous relevons par exemple une majoration de  $\varepsilon_m(t)$  de  $60 \cdot 10^{-6} m/m$ , à  $t = 150 s$ , entre l'essai présenté en figure D4.17, et notre essai de référence utilisé pour valider la loi de dommage (figure D4.8).

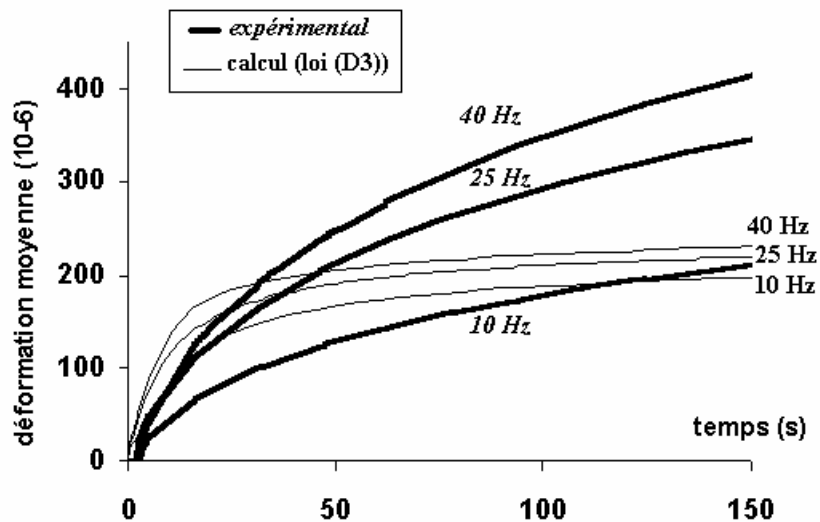


Fig.D4.17a : Incidence de la fréquence sur la déformation moyenne pour  $V_{imp} = 380 \mu m$  et  $20^\circ C$

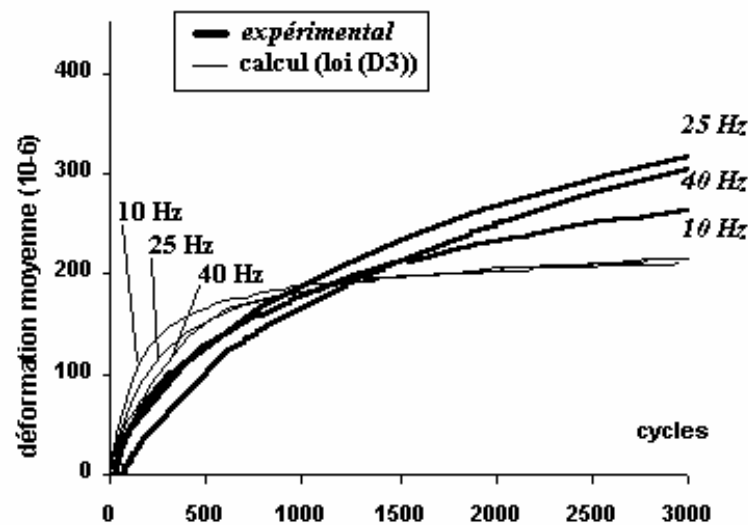


Fig.D4.17b : Incidence de la fréquence sur la déformation moyenne pour  $V_{imp} = 380 \mu m$  et  $20^\circ C$

#### 4.4.4 Conclusion

Cette partie consacrée à l'établissement d'une loi d'évolution de dommage pour décrire l'extension moyenne montre la pertinence de notre modèle.

Nous confirmons par nos résultats numériques que l'endommagement unilatéral crée une extension moyenne dans l'ensemble du matériau bitumineux lors de l'essai de flexion.

Les étapes d'élaboration de notre loi d'évolution de dommage sont validées :

- endommagement homogène en début d'essai dont le taux décroît rapidement ;
- évolution localement linéaire du dommage par la suite qui affaiblit en priorité les zones de plus forte sollicitation.

Notre modélisation d'endommagement unilatéral et la loi d'évolution de dommage associée donnent des résultats numériques qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux de déformation moyenne, amplitude de déformation et décroissance de force en tête. De plus, ces résultats sont quantitativement proches de ceux des essais les écarts remarquables étant imputables à la dispersion "naturelle" des caractéristiques mécaniques d'une éprouvette à l'autre.

Nous expliquons ainsi :

- l'augmentation rapide de l'extension moyenne jusqu'à un maximum en fin de phase A en tout point de l'enrobé ;
- la croissance ou la décroissance des amplitudes de déformation en fibre externe ;
- une part de la perte rapide d'amplitude de force en tête en début d'essai et la perte quasi linéaire en phase B ;
- la rapide décroissance de l'extension moyenne à l'arrêt brutal de la sollicitation en phase A ;
- les incidences des changements de conditions expérimentales selon le niveau de déplacement imposé, de fréquence de sollicitation et de température.

Par contre notre modèle ne rend pas compte de la chute de  $\varepsilon_m(t)$  en phase B et ne peut expliquer la non homogénéité de déformation moyenne le long d'une même section.

Il ne tient pas compte non plus du problème thermique et du changement local de température au sein de l'échantillon dû à la dissipation d'énergie causée par le caractère visqueux de l'enrobé.

Le prochain paragraphe met en évidence les conséquences non négligeables de la prise en compte de ces effets thermiques en début d'essai.

## 4.5 Prise en compte du problème thermique

Dans ce paragraphe nous traitons les effets thermiques du début d'essai. Nous considérons alors que les échanges thermiques sont de type adiabatique eu égard des résultats obtenus dans [De La Roche, 1996] pour un matériau d'une formulation proche de la nôtre. Cette étude a permis notamment de déterminer les valeurs numériques suivantes :

- chaleur massique volumique,  $c = 2 \cdot 10^6 \text{ J/m}^3\text{°C}$  ;
- conductivité thermique,  $k = 1 \text{ W/m}^2\text{°C}$  ;
- coefficients d'échange latéral avec l'air,  $\lambda_{\text{air}} = 13 \text{ W/m}^2\text{°C}$  ;
- coefficient d'échange latéral avec les casques métalliques,  $\lambda_{\text{casque}} = 55 \text{ W/m}^2\text{°C}$ .

Nous implantons donc l'équation (32) dans notre modèle (cf. §2.3) :

$$(32) \quad \dot{\theta}_m = \frac{1}{2} \omega |\sigma^*| |\varepsilon^*| \sin \varphi + \sigma_m : \varepsilon_m$$

Le terme  $\sigma_m : \varepsilon_m$  est négligé vis-à-vis du second terme du membre de droite puisque  $\omega > 20\pi \text{ rad/s}$ ,  $\varepsilon_m \leq |\varepsilon^*|$  par construction et  $\sigma_m \ll |\sigma^*|$  (cf. §4.2.3, figure D4.4).

Dans la suite nous focalisons nos résultats sur l'essai à  $20^\circ\text{C}$ ,  $25 \text{ Hz}$  et pour  $V_{\text{imp}} = 380 \mu\text{m}$ , la simulation des autres conditions expérimentales donnant des résultats analogues.

Dans ces conditions nous constatons que la prise en compte des effets thermiques dans l'enrobé bitumineux augmente fortement la déformation moyenne comme le montre la figure D4.18 (les paramètres de la loi (D3) sont ceux définis au §4.3.2) : à  $90 \text{ s}$  l'extension moyenne du calcul thermique vaut  $280 \cdot 10^{-6}$  alors que celle du calcul sans thermique vaut  $210 \cdot 10^{-6}$ . Cette majoration de la déformation moyenne correspond à une élévation de  $0,7^\circ\text{C}$  dans la zone la plus sollicitée. Ainsi une faible augmentation de température a une incidence importante sur  $\varepsilon_m(t)$ .

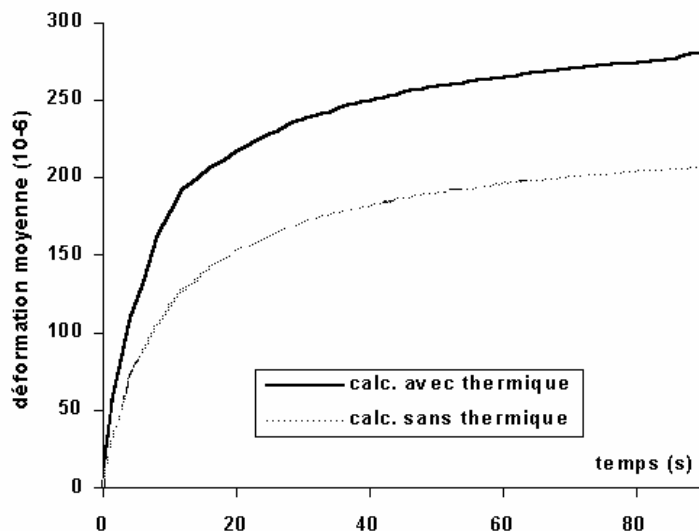


Fig.D4.18 : Prise en compte des effets thermiques – incidence sur la déformation moyenne module ( $V_{\text{imp}} = 380 \mu\text{m}$  ;  $20^\circ\text{C}$  ;  $25 \text{ Hz}$  ; loi (D3) du §4.3.2)

Ce résultat est obtenu pour la section de cote  $z = 48 \text{ mm}$  qui correspond à la zone de plus forte sollicitation.

Les paramètres de la loi (D3) sont ceux qui ont permis de caler la déformation moyenne calculée sur la déformation moyenne mesurée en début d'essai (cf. §4.3.2).

Le calcul de la déformation moyenne avec thermique surestime le résultat obtenu sans thermique (cf. figure D4.18), et par conséquent la déformation moyenne mesurée.

Il faudrait a priori déterminer de nouveaux paramètres de la loi (D3) pour prendre en compte ce nouveau phénomène. Ceci n'a pas été fait ici. En effet notre but n'est pas d'identifier les paramètres qui permettent d'obtenir précisément la déformation moyenne expérimentale mais de déterminer les incidences des différents phénomènes mis en jeu lors de la fatigue de l'enrobé. De plus cette recherche de la loi de dommage exacte nécessiterait une étude statistique portant sur un plus grand nombre d'essai pour prendre en compte la dispersion des résultats.

La figure D4.19 montre l'incidence du calcul thermo-visco-élastique avec endommagement unilatéral sur la perte d'amplitude de force en tête, c'est-à-dire du module de l'enrobé. Là encore l'approche thermique vient compléter notre approche par endommagement unilatéral pour expliquer les causes de perte de module de l'enrobé pendant l'essai de fatigue.

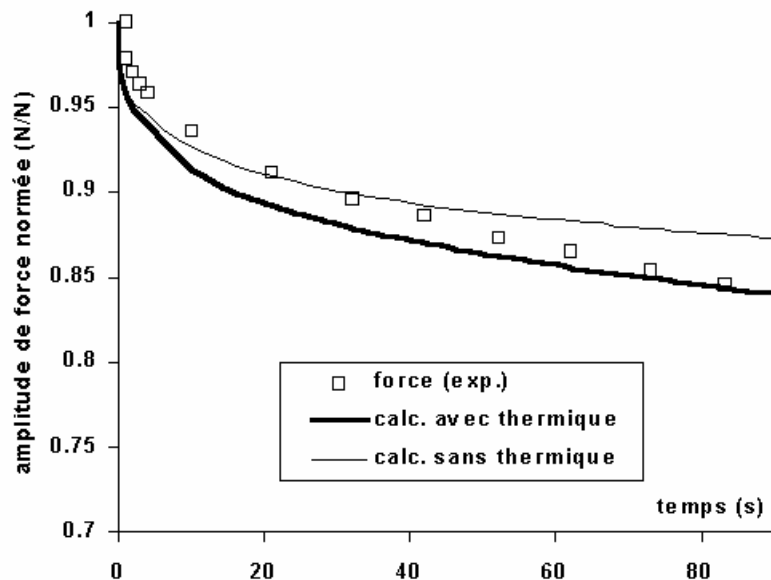


Fig.D4.19 Prise en compte des effets thermiques – incidence sur la perte de module ( $V_{imp} = 380 \mu m$  ;  $20^{\circ}C$  ;  $25 Hz$  ; loi (D3))

Les résultats présentés sur la figure D4.19 confirment que la loi de dommage établie dans les paragraphes précédents surestime la perte de force en tête en tout début d'essai.

La simulation précédente porte jusqu'à 80 s de sollicitation, c'est-à-dire 2000 cycles. La figure D4.9 du §4.3.2 montre qu'à ce moment l'endommagement sur la fibre la plus sollicitée, celle correspondant au calcul, l'endommagement avoisine les 10%.

Nous concluons qu'un endommagement initial proche de 10%, est supérieur au dommage effectif au sein de l'enrobé en tout début d'essai.

L'approche thermique développée dans [De La Roche, 1996] ne rend compte que d'une partie de la décroissance initiale du module. En phase B de l'essai le régime thermique est stationnaire et cette modélisation ne peut pas simuler la perte quasi linéaire du module par la suite.

Notre approche qui combine endommagement et dissipation thermique, présente donc le double avantage d'expliquer plus complètement la perte de module en phase A, et de pouvoir aussi décrire la perte quasi linéaire dans la suite de l'essai. Ce dernier résultat n'est pas présenté ici car la phase B ne peut pas être considérée comme le lieu d'un échange thermique purement adiabatique. Cette prise en compte nécessiterait des développements de notre logiciel qui n'ont pu être réalisés dans le cadre de cette étude.



## 4.6 Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux d'un essai de fatigue en flexion à force imposée

Les simulations présentées dans la suite de ce paragraphe reprennent les conditions de sollicitation des essais du chapitre expérimental, §2.6 de la partie C. Afin de tester la pertinence du modèle et le caractère intrinsèque de notre loi d'évolution de dommage, nous utilisons la loi (D3) validée pour les essais à déplacement imposé (cf. §4.3.2). Nous rappelons que ces résultats numériques sont obtenus sans prendre en compte le problème thermique.

Les résultats présentés ci-après montrent tout d'abord l'incidence du niveau de sollicitation puis celle de la température sur la déformation moyenne et l'amplitude de déplacement en tête.

### 4.6.1 Incidence de différents niveaux de force imposée

Les simulations sont réalisées à 20°C, 25 Hz et pour une amplitude de déplacement initiale  $V_{imp} \in \{210 ; 250 ; 300 \mu m\}$  (respectivement 65, 80, 90 N d'amplitude imposée de force en tête).

Les calculs aboutissent aux résultats de la figure D4.20 :

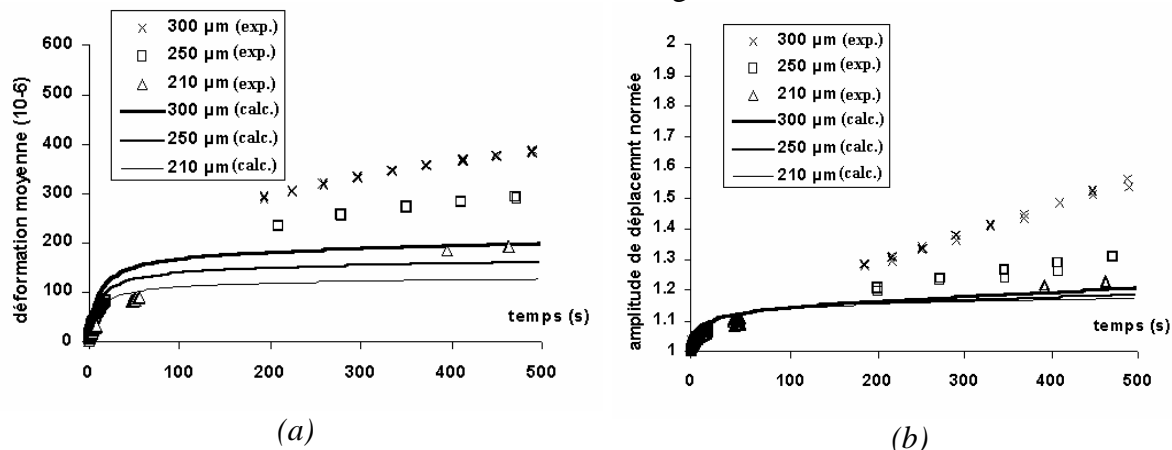


Fig.D4.20 : Incidence de différents niveaux d'amplitude de force imposée à 20°C et 25 Hz :  
 (a) sur la déformation moyenne à  $z = 48 \text{ mm}$   
 (b) sur l'amplitude de déplacement en tête

Notre modèle est qualitativement en accord avec les essais : un niveau de sollicitation plus élevé entraîne une extension moyenne plus forte.

Par contre les valeurs obtenues pour une même durée de sollicitation diffèrent comme le présente le tableau D4.1 :

| $V_{imp}$ initiale ( $\mu m$ )             | 210 | 250 | 300 |
|--|-----|-----|-----|
| $\epsilon_m(t)$ expérimental ( $10^{-6}$ ) | 195 | 295 | 395 |
| $\epsilon_m(t)$ calculé ( $10^{-6}$ )      | 126 | 160 | 200 |

Tableau D4.1 : comparaison entre les résultats expérimentaux et les calculs de déformation moyenne à  $t = 500 \text{ s}$

Nous constatons que la différence relative entre les calculs et les mesures expérimentales, à  $t = 500 \text{ s}$ , augmente avec les valeurs de  $V_{imp}$ . Cette différence relative est de 35,3%, 45,7% et 49,4% respectivement pour  $V_{imp} = \{210 ; 250 ; 300 \mu m\}$ .

Nous imputons cet écart relatif non linéaire en fonction du niveau de sollicitation aux effets thermiques. Cette hypothèse paraît raisonnable si nous considérons que l'énergie par cycle,  $W = \pi |E^*| |\varepsilon^*|^2 \sin \varphi$ , est dissipée en chaleur en début d'essai ( $E^*$ , module complexe ;  $\varepsilon^*$ , amplitude complexe de déformation ;  $\varphi$ , le déphasage). Cette énergie est proportionnelle au carré de l'amplitude de déformation, d'où le caractère non linéaire de l'écart relatif entre la simulation et les essais.

#### 4.6.2 Incidence de la température d'essai

Les simulations sont réalisées pour  $V_{imp} = 300 \mu\text{m}$  et 25 Hz, et pour une température d'essai  $\theta \in \{16 ; 20 ; 24 \mu\text{m}\}$  (respectivement 115, 90 et 65 N d'amplitude imposée de force en tête).

Les calculs aboutissent aux résultats de la figure D4.21 :

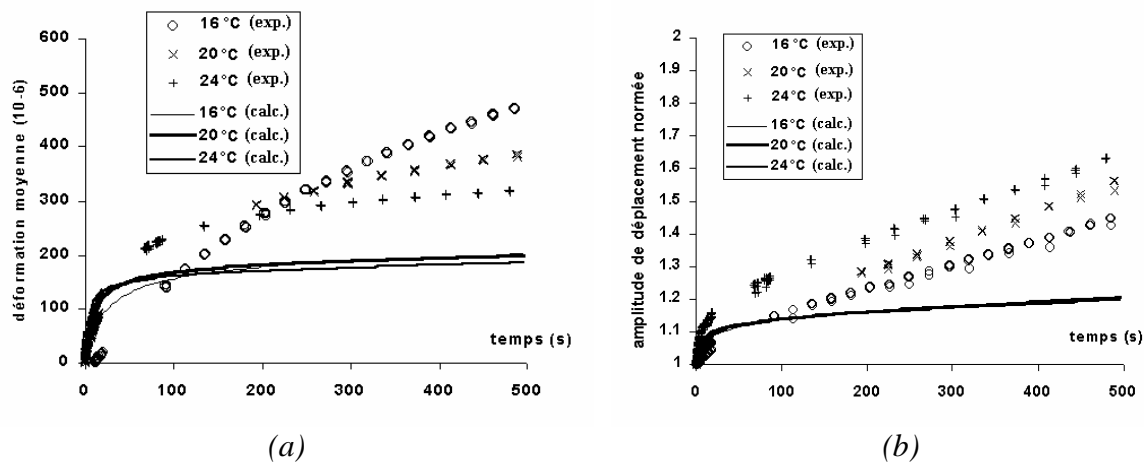


Fig.D4.21 : Incidence de la température d'essai pour  $V_{imp} = 300 \mu\text{m}$  initialement et 25 Hz :  
 (a) sur la déformation moyenne à  $z = 48 \text{ mm}$   
 (b) sur l'amplitude de déplacement en tête

L'incidence de la température sur l'extension moyenne en début d'essai correspond qualitativement aux résultats expérimentaux. En effet une augmentation de la température entraîne une pente à l'origine plus forte et une valeur de déformation en fin de phase A moins élevée.

Cependant nous remarquons là aussi que les calculs sous-estiment les résultats expérimentaux car le problème thermique n'est pas pris en compte. Les écarts entre le calcul et les essais en terme de déformation moyenne à  $t = 500 \text{ s}$  sont reportés dans le tableau D4.2 :

| Température d'essai ( $^{\circ}\text{C}$ )    | 16  | 20  | 24  |
|---|-----|-----|-----|
| $\varepsilon_m(t)$ expérimental ( $10^{-6}$ ) | 480 | 395 | 320 |
| $\varepsilon_m(t)$ calculé ( $10^{-6}$ )      | 201 | 200 | 184 |

Tableau D4.2 : comparaison entre les résultats expérimentaux et les calculs de déformation moyenne à  $t = 500 \text{ s}$

#### **4.6.3 Conclusion**

Notre modélisation basée sur la loi de dommage validée sur les essais en déplacement, est capable de rendre compte qualitativement du phénomène d'allongement vertical des éprouvettes d'enrobés lors des essais à force imposée.

Ces résultats confirment le caractère intrinsèque de la loi de dommage, pour le début d'essai.

## 5 CONCLUSIONS

Notre modélisation thermo-visco-élastique avec endommagement unilatéral permet d'expliquer :

- l'extension moyenne des éprouvettes d'enrobé en début des essais de fatigue en flexion à déplacement ou à force imposée ;
- la perte de module de rigidité en phase A et B de l'essai, due à l'action combinée de l'augmentation de température et à l'endommagement au sein du matériau.

La pertinence des simulations valide le processus suivant d'évolution du dommage avant l'apparition de la fissuration macroscopique :

- la création quasi instantanée d'un endommagement homogène qui est diffus dans l'ensemble du matériau sous la forme de micro-cavités vides d'air ;
- la localisation et l'augmentation quasi linéaire du dommage qui traduit l'extension des micro-fissures.

Le critère d'ouverture/fermeture fonction du signe de déformation est validé par la condition  $\varepsilon_m(t) \leq \varepsilon_a(t)$  (ou  $|\varepsilon^*(t)|$ ), l'amplitude de déformation en fibre externe, que nous retrouvons expérimentalement et en simulation.

Nos résultats traitent surtout les phénomènes qui concernent la section la plus sollicitée, mais ils sont aussi pertinents pour décrire les évolutions des moyennes et amplitudes de déformation en tout point de l'enrobé. Notons par contre que notre modèle ne rend pas compte de la décroissance quasi linéaire de la déformation moyenne lors de la phase B des essais de fatigue à déplacement imposé.

L'hypothèse que l'endommagement se crée sous la forme de micro-fissures vides d'air et l'emploi du modèle rhéologique de Huet-Sayegh expliquent le retour de l'enrobé à sa géométrie d'avant sollicitation avec l'arrêt de la sollicitation. Sur ces bases, nous ouvrons des perspectives d'explications phénoménologiques de l'auto-réparation des enrobés en fatigue. Ainsi la remise en contact rapide des lèvres des micro-fissures lors des essais de fatigue discontinus, permet la "cicatrisation" partielle de ces cavités, d'où le gain de résistance à la fatigue.

Notre modélisation permet d'affirmer que le niveau des contraintes internes engendrées par l'endommagement unilatéral est suffisamment faible comparativement aux amplitudes de contrainte. Ainsi ce phénomène ne parasite pas de manière significative l'interprétation des essais de fatigue.

Les incidences des différents niveaux de sollicitation, fréquence et température sont qualitativement conformes entre le calcul et les essais à force ou à déplacement imposés. Nous expliquons notamment que le comportement en température dépend directement du coefficient d'équivalence temps/température, des valeurs du module complexe et du déphasage. D'un point de vue quantitatif, la loi d'évolution de dommage est correcte au regard de nombreuses conditions de sollicitation. Elle reste cependant à être améliorée notamment en prenant compte de façon plus complète le problème thermique.

## **E – CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES**

## 1 CONCLUSIONS

L'agression du trafic routier sur les chaussées implique plusieurs phénomènes qui provoquent à terme la ruine de la structure : l'orniérage, la fatigue et la fissuration.

Les essais en laboratoire permettent de dimensionner les différents matériaux vis-à-vis de ces phénomènes pour optimiser la durée de vie des chaussées en fonction du trafic et des conditions climatiques.

Cependant le lien entre les résultats in situ et ceux obtenus en laboratoire n'est pas bien défini [De La Roche, 1994 b] et la connaissance même des phénomènes mis en jeu dans les essais de laboratoire est insuffisante.

Dans cette étude nous apportons de nouveaux éléments d'interprétation et d'identification de ces phénomènes impliqués dans l'essai de fatigue en flexion des mélanges bitumineux.

Notre démarche repose sur l'interprétation de l'allongement vertical significatif des éprouvettes trapézoïdales en cours d'essai de fatigue, phénomène que l'on retrouve aussi pour d'autres types d'essai [Wendling, 1998].

La modélisation que nous en proposons s'inspire des résultats de l'essai de Rupture Locale Répétée sur Bitume [Stéfani, 1987], [De La Roche, 1999] : un endommagement unilatéral se crée dans le liant de l'enrobé dès les premiers cycles de sollicitation sous la forme de micro-cavités vides d'air. Ces micro-fissures s'ouvrent et se referment alternativement au cours de chaque cycle suivant qu'elles soient en extension ou en contraction. Le fonctionnement unilatéral ainsi défini couplé au caractère visco-élastique du matériau génère l'extension moyenne verticale mesurée expérimentalement. Ainsi, cet allongement, qui est a priori un épiphénomène dans l'essai, devient un indicateur facilement observable de l'endommagement dans le matériau.

L'étude expérimentale réalisée montre que l'endommagement concerne toute l'éprouvette, puisque l'extension verticale est mesurable quel que soit l'endroit du corps d'épreuve. Il témoigne ainsi du caractère diffus du dommage dans le matériau.

Le logiciel de calcul fondé sur ces hypothèses et sur le modèle rhéologique de Huet-Sayegh permet de construire une loi locale d'évolution de dommage unilatéral, à quatre paramètres, de la forme :

$$\partial d(|\varepsilon^*(y,z,t)|,N)/\partial N = B e^{-d/C} + \beta |\varepsilon^*|^{\gamma}$$

Cette loi de dommage, dont les paramètres sont définis à partir des mesures expérimentales d'extension moyenne de l'enrobé, permet d'identifier le processus d'endommagement suivant, pendant le début de l'essai de fatigue :

- la création rapide homogène d'un dommage diffus dans tout l'enrobé ;
- la localisation et l'augmentation lente et quasi linéaire en fonction du nombre de cycles de ce dommage qui traduit l'accroissement des micro-fissures.

Notre modélisation est qualitativement en accord avec l'ensemble des résultats expérimentaux effectués à déplacement imposé et force imposée, pour plusieurs niveaux de sollicitation, températures d'essai et plusieurs fréquences de sollicitation en ce qui concerne les essais pilotés en déplacement. Les résultats numériques sont quantitativement proches des essais pour de nombreuses conditions expérimentales.

Les simulations couplent endommagement et dissipation thermique et expliquent de façon pertinente pour le début d'essai :

- la perte du module de rigidité de l'éprouvette ;
- l'évolution de l'amplitude et de la moyenne de l'extension verticale en tout point de l'enrobé.

La modélisation réalisée confirme la liaison entre endommagement et allongement.

Par contre, cette modélisation ne permet pas d'expliquer la décroissance de la déformation moyenne en phase B de l'essai (phase de décroissance quasi-linéaire de l'amplitude de force en tête en fonction du temps), au niveau de la section la plus sollicitée. Il faut donc affiner le modèle pour rendre compte de ce phénomène.

Enfin, les résultats de ce travail permettent d'avancer les deux conclusions suivantes :

- notre étude permet de simplifier la vision de l'essai de fatigue en flexion deux points, car une fois que l'allongement s'est produit (fin de la phase A de début d'essai), les micro-fissures d'endommagement sont entièrement ouvertes. Ainsi le comportement de l'enrobé devient équilibré en extension et contraction, ce qui facilite l'interprétation de l'essai ;
- d'un autre côté, l'existence de l'endommagement unilatéral éloigne l'essai de fatigue du comportement des matériaux in situ. En effet, si une sollicitation entretenue ramène le matériau à un comportement « équilibré », comme nous venons de le dire, alors une sollicitation par impulsion, comme c'est le cas dans les chaussées, conserve le caractère unilatéral du comportement.

## 2 PERSPECTIVES

La modélisation établie ici et la pertinence des résultats obtenus offrent des possibilités de développement à plusieurs niveaux.

Tout d'abord la théorie doit être améliorée pour prendre en compte les forts niveaux d'endommagement, et tendre ainsi vers l'initiation de la fissuration macroscopique. En effet, même si les grandeurs globales (force et déplacement en tête d'éprouvette) restent approximativement sinusoïdales, ainsi que les déformations en dehors de la région de fissure macroscopique, il n'en est pas de même près du front de fissure. Ceci peut mettre en défaut l'utilisation d'une décomposition en série de Fourier tronquée à la première harmonique.

Ceci nécessiterait la mise en place d'un autre schéma algorithmique permettant de traiter des signaux périodiques non forcément sinusoïdaux :

- un calcul fin à l'intérieur d'un cycle effectué à l'aide d'un pas de temps réduit, et permettant de déterminer des grandeurs globales (valeurs moyennes, amplitudes,...) ;
- à partir de ce bilan sur un cycle, une extrapolation de ces grandeurs globales dans un calcul dont le pas de temps englobe un grand nombre de cycles.

Ce type de schéma algorithmique permettrait également de modéliser des essais de fatigue avec des signaux de chargement périodiques non sinusoïdaux.

Dans le paragraphe précédent, nous concluons que le dommage de l'enrobé et l'extension moyenne verticale sont étroitement liés. Par conséquent il faudrait établir une loi d'évolution de dommage dont les paramètres pourraient être identifiés de manière assez directe à partir des mesures expérimentales.

Mais cette loi d'évolution de dommage nécessite alors de connaître de façon plus complète le champ des déformations moyennes et des amplitudes de déformation, à chaque instant.

Ceci nécessite de développer les moyens expérimentaux permettant d'avoir accès à la carte de la déformation moyenne sur toute l'éprouvette.



Dans cette perspective, la technique des jauges extensométriques montre ses limites. En effet, cribler l'éprouvette de jauges reviendrait à renforcer fortement le matériau en surface, et de fausser ainsi les résultats.

Une alternative envisageable peut être, par exemple, l'utilisation des techniques d'analyse d'images, combinée aux enregistrements d'une caméra rapide, ou encore la technique du moiré. Un autre champ d'investigation consisterait à coupler des relevés de températures à l'aide d'une caméra infrarouge, aux mesures de déformations. Ces deux champs de variables pourraient alimenter directement la modélisation avec endommagement.

Ensuite, il est nécessaire de valider l'approche développée sur d'autres géométries d'essais pour valider le caractère intrinsèque de la modélisation effectuée.

Dans ce cadre, il paraît intéressant d'évoluer vers d'autres types d'essais pour s'affranchir du caractère structurel de l'essai de flexion.

Ainsi un essai de traction/compression répétées permettrait d'aller vers la simplicité, en s'assurant toutefois que les conditions limites permettent l'extension verticale de l'éprouvette.

Enfin, il reste à prendre en compte l'auto-réparation de l'enrobé qui joue un rôle important dans les essais de fatigue, d'une part en réalisant des essais avec temps de repos, et d'autre part en introduisant dans la modélisation un paramètre qui prenne en compte la réduction du dommage, liée à la recouvrance totale de la qualité originelle des liaisons du bitume.

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

ACHIMASTOS (L.) – *Appréciation de l'état structurel d'une chaussée souple à partir des observations de dégradations de surface* – Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, mars 1998

ADEDIMILA (A.S.), KENNEDY (T.W.) - *Fatigue and Resilient Characteristics of Asphalt Mixtures by Repeated Load Indirect Tensile Test* - Research Report 183-5, Center for Highway Research, The University of Texas - Austin, 1975.

AGUIRRE, MOROT, DE LA TAILLE, DOAN TU HO, BARGIACCHI, SMADJA, UDRON, GUAY, RONCIN - *Etude comparée des essais de module complexe et de résistance à la fatigue des enrobés bitumineux* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° 116, pp.33-43, 1981.

AL BALBISSI (A.H.), LITTLE (N.) - *Effect on fracture healing on laboratory to field Shift Factor* - Transportation Research Board, 69th Annual Meeting, Washington D.C., 1990.

ALIMAMI (M.) - *Contribution à l'étude de l'endommagement par fatigue des enrobés bitumineux*. Thèse de Docteur Ingénieur, Université Paris VI, 1987.

ANDERSON (D.A.), KENNEDY (T.W) – *Developpement of SHRP binder specification* – Proceedings of the annual meeting of the Association of Asphalt Paving Technologists (AAPT), march 1993

ASHAYER SOLTANI (M.A) – *Comportement en fatigue des enrobés bitumineux* – thèse de doctorat, INSA Lyon, 1998

ASHAYER SOLTANI (M.A.) - *Comportement à la Fatigue des Enrobés Bitumineux* – Rapport de Travail de Fin d'Etudes, Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, 1993.

ASSI (M.) - *Contribution à l'étude du comportement des enrobés à la fatigue en cission* - Thèse de Docteur-Ingénieur, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1981.

BABURAMANI (P.S.) – *Asphalt fatigue life prediction models – a literature review*. Research report ARR 334, Australian Road Research Board , 1999.

BABURAMANI (P.S.) - *The dissipated energy concept in fatigue characterisation of asphalt mixes - A summary report*. Research report ARR 235, Australian Road Research Board , 1992.

BATHIAS (C.), BAILON (J.P.) – *La fatigue des matériaux et des structures* – Ed. Hermès, 684p, Paris, 1997

BAZIN (P.), SAUNIER (J.B.) - *Deformability, fatigue and healing properties of asphalt mixes* - Proceeding of the Second International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor, Michigan, 1967.

BRACHET (N.) - *Essai de rupture locale répétée du bitume* - rapport de recherche interne LCPC, Juillet 1999

BONNAURE (F.), HUIBERS (A.), BONDERS (A.) - *Etude en laboratoire de l'influence des temps de repos sur les caractéristiques de fatigue des enrobés bitumineux* - Revue Générale des Routes et Aérodrômes, N° 595, mars 1983.

BOUSSAD (N.), DONY (A.) - *Bitumes-polymères : relations entre la rhéologie des liants et la rhéologie des enrobés* - 1st Eurasphalt and Eurobitume Congress, may 1996.

BOUTIN (C.), DE LA ROCHE (C.), DI BENEDETTO (H.), RAMOND (G.) - *De la rhéologie du liant à celle de l'enrobé bitumineux, théorie de l'homogénéisation et validation expérimentale* - Eurobitume Workshop, Bruxelles, avril 1995.

BRAND (A.), FLAVENOT (J.F.), GREGOIRE (R.) - *Données Technologiques sur le Fatigue* - Centre Technique des Industries Mécaniques (CETIM), 1992.

BRENNAN (M.J.), CLANCY (F.) - *A new initiative in measuring the fatigue performance of bituminous materials* - Proceeding of the 7th International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, Nottingham, U-K, 1992.

BRENNAN (M.J.), LOHAN (G.), GOLDEN (J.M.) - *A laboratory study of the effect of bitumen content, bitumen grade, nominal aggregate grading and temperature on the fatigue performance of dense bitumen macadam* - Proceeding of the IVth International Rilem Symposium - Budapest, Ed. Chapman & Hall, pp.358-366, 1990.

BRULE (B.), CORTE (J.F.) - *Rapport des modérateurs, session technique n°5, liants : caractéristiques fonctionnelles et méthodes d'essais* - 1st Eurasphalt and Eurobitume Congress, 1996.

BROWN (S.F.), COOPER (K.E.) - *Simplified methods for determination of fundamental material properties of Asphalt Mixes* - Proceedings of the International Conference SHRP And Traffic Safety On two Continents - The Hauge - The Netherlands, 1993.

CHABOCHE (J.L.) - *La mécanique de l'endommagement et son application aux prévisions de durée de vie des structures* - La recherche Aérospatiale, n°4, pp37-54, Juillet-Août 1987.

CHARIF (K.) - *Contribution à l'étude du comportement mécanique du béton bitumineux en petites et grandes déformations* - Thèse de Doctorat, Ecole Centrale Paris, 1991.

CHAUVIN (J.J.) - *Essais de fatigue : Etude métrologique du comportement des éprouvettes* - note interne LRPC Bordeaux, 1992.

CHAUVIN (J.J.) - *L'essai de module complexe utilisé pour la formulation des enrobés* - Proceedings of the Fourth International RILEM Symposium - Budapest, Ed. Chapman and Hall, pp.367-381, 1990.

COLE (K.S), COLE (R.H.) - *Dispersion and absorption in dielectrics alternating current characteristics* - Journal of Chem. Phys., vol 9, pp. 341-351, 1941.

DE LA ROCHE (C.), PIAU (J.M.), STEFANI (C.) - *Etude du comportement du bitume au pseudo-contact entre granulats* - Description et premiers résultats de l'essai de rupture locale répétée du bitume - Atelier Eurobitume 99, Luxembourg, mai 1999.

DE LA ROCHE (C.), PIAU (J.M.), DANGLA (P.) - *Thermal effects induced by viscoelastic dissipation during fatigue tests on bituminous mixtures* - 6<sup>th</sup> International Symposium on Creep and Coupled Processes, Bialowieza, Poland, September 23-25 1998.

DE LA ROCHE (C.), RIVIERE (N.) - *Fatigue behaviour of asphalt mixes : influence of laboratory test procedures on fatigue performances* - 7<sup>th</sup> International conference on the structural design of asphalt pavements, Seattle - USA, 1997.

DE LA ROCHE (C.) - *Module de rigidité et comportement en fatigue des enrobés bitumineux* - Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Paris, juin 1996.

DE LA ROCHE (C) and SANSON (N). - *Caractérisation expérimentale de la dissipation thermique dans un enrobé sollicité en fatigue* - Document de Recherche LCPC, sujet n° 2.01.10.4, 1994 a.

DE LA ROCHE (C.), CORTE (J.F.), GRAMSAMMER (J.C.) ODEON (H.), TIRET (L.), CAROFF (G.) - *Etude de la fatigue des enrobés bitumineux à l'aide du manège de fatigue du L.C.P.C.* - Revue Générale des Routes et Aéroports, n° 716, pp. 62-74, 1994 b.

DE LA ROCHE (C.) and ODEON (H.). - *Expérimentation USAP/LCPC/Shell - Fatigue des Enrobés - Phase 1 - Rapport de synthèse.* Document de Recherche LCPC, sujet n° 2.01.05.2, 1993.

DE LA ROCHE (C.) - *Contribution à l'étude du comportement thermomécanique des enrobés bitumineux : Détermination des caractéristiques thermophysiques et mise au point d'un essai triaxial à température variable* - Mémoire de DEA, Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, 1990

DI BENEDETTO (H.), SOLTANI (A.), CHAVEROT (P.) - *A rational approach for fatigue damage* - 1<sup>st</sup> European Eurobitume and Euraspalt Congress, Strasbourg, 1996 a.

DI BENEDETTO (H.), ASHAYER SOLTANI (A.), CHAVEROT (P.) - *Fatigue damage for bituminous mixtures : a pertinent approach* - Journal of the Association of Asphalt Paving technologists (AAPT), 1996 b.

DI BENEDETTO (H.), DES CROIX (P.) - *Binder-mix rheology: limits of linear domain, non linear behaviour* - 1<sup>st</sup> European Euraspalt and Eurobitume Congress, may 1996 c.

DI BENEDETTO (H.) - *Nouvelle approche du comportement des enrobés bitumineux : résultats expérimentaux et formulation rhéologique* - RILEM, Mechanical tests for bituminous mixes, Budapest ; Ed. Chapman and Hall, pp387-401, Octobre 1990

DOAN (T.H.) - *Les études de fatigue des enrobés bitumineux au LCPC* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° Spécial V, pp.215-228, 1977.

DOAN (T.H.) - *Contribution à l'étude du comportement à la fatigue des bétons bitumineux.* Thèse de Docteur Ingénieur, Faculté des Sciences de Paris, 1970.

DOUBBANEH (E.) - *Comportement mécanique des enrobés bitumineux des petites aux grandes déformations* - Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, 1995

ELOUARD (A.) - *Etude numérique par éléments finis de la fissuration avec remaillage automatique. Application à la mécanique des chaussées* - Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1993

EPPE (J.A.), MONISMITH (C.L.) - *Influence of mixture variables on the flexural fatigue properties of asphalt concrete* - Journal of the Association of Asphalt Paving Technologists (AAPT), Vol. 38, pp.423-458, 1969.

EUROBITUME - *Rheology of bituminous binders* - Glossary of rheological terms, European bitumen association, Brussels, 1995.

FATEMI (A.), YANG (L.) - *Cumulative fatigue damage and life prediction theories : a survey of the state of the art for homogeneous materials* - Int. J. Fatigue, Vol. 20, n°1, pp9-34, 1998.

FRANCKEN (L.), PARTL (M.) and RILEM TC 152 PBM - *Complex Modulus Testing of Asphalt Concrete, Account of a Rilem Interlaboratory Test Program* - Paper presented to the Transportation Research Board Meeting, Washington, 1996a.

FRANCKEN (L.), HOPMAN (P.), PARTL (M.N.), DE LA ROCHE (C.) - *RILEM Interlaboratory*

*tests on bituminous mixes in repeated loading. Teachings and recommendations* - 1st Eurasphalt and Eurobitume Congress, may 1996b.

FRANCKEN (L.), VANELSTRAETE (A.) - *Relation between mix stiffness and binder complex modulus* - Eurobitume Workshop, Brussels, april 1995.

FRANCKEN (L.), VERSTRAETEN (J.) - *Interlaboratory Test Program - Part II, Repeated loading tests* - Draft Report, RILEM TC 152 PBM - Performance of Bituminous Mixtures, 1994.

FRANCKEN (L.) – *Fatigue d'un enrobé bitumineux soumis à des conditions de sollicitations réalistes* – La Technique Routière, Bruxelles, Vol.24, n°4, 1979

FRANCKEN (L.) - *Module complexe des mélanges bitumineux* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° Spécial V, pp.181-198, déc.1977.

GODDARD (R.), POWELL (W.D.) - *Résistance à la fatigue des enrobés denses. Influence des facteurs de formulation et température* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° Spécial V, pp.247-254, 1977.

GUBLER (R.) - *Méthode d'essai par oscillation axiale pour la détermination des caractéristiques mécaniques et du comportement à la fatigue des asphaltes* - Proceedings of the fourth international Rilem symposium - Budapest, Ed. Chapman and Hall, pp.432-444 , 1990.

KACHANOV L.M. – *Time of the rupture process under creep conditions* – Isv. Akad. Nauk. SSR, Otd Tekh. Nauk. n°8, pp26-31, 1958.

Guide technique – *Conception et dimensionnement des structures de chaussées* – Ed. SETRA-LCPC, Décembre 1994

HADRZYNSKI (F.) – *Etude de la rhéologie d'un bitume modifié par des polymères et prévision du comportement mécanique des mélanges avec fines, sables et graviers* – Thèse de Doctorat, Université de Paris-Nord, 1995

HIGHWAY RESEARCH BOARD - *Essai AASHO* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées N° Special E.,Paris, 1966.

HOPMAN (P.C.), KUNST (P.A.J.), PRONK (A.C.) - *A reviewed interpretation method for fatigue measurements : verification of Miner's rule*. Proceedings of the 4th Eurobitume Symposium - Madrid, Vol. 1, pp.557-561, 1989.

HUET (J.) and VERSTRAETEN (J.) - *Etude de résultats d'essais de compression diamétrale sur prélèvements routiers* - Proceedings of the 3rd Eurobitume Symposium - The Hague, pp.133-138, 1985.

HUET (C.) – *Etude par une méthode d'impédance du comportement visco-élastique des matériaux hydrocarbonés* – Thèse de Docteur-Ingénieur, Faculté des Sciences de Paris, 1963.

HUHTALA (M.) - *The rheology of bituminous mixtures* - Proceedings of the First European Workshop on the rheology of bituminous binders - Bruxelles, April 1995.

JEUFFROY (G.), SAUTEREY (R.) – *Cours de route tome 1 – dimensionnement des chaussées* – Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1984

JEUFFROY (G.), SAUTEREY (R.) – *Cours de route tome 2 – dimensionnement des chaussées* – Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1985

JEUFFROY (G.), SAUTEREY (R.) – *Cours de route tome 3 – dimensionnement des chaussées* – Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1985

JURINE (I.) – *Essai de rupture locale répétée du bitume* – rapport de recherche interne LCPC, Juillet 2000.

KENNEDY (T.W.), HUBER (G.A.) - *The Superpave™ System - Superior Performing Asphalt Pavements* - Strasse und Verkehr / Route et Trafic, n° 6. Ed. VSS - Union des Professionnels Suisses de la Route, pp.347-354, juin 1994.

KIM (Y.R.), KIM (N.), KHOSLA (N.P.) - *Effects of aggregate type and gradation on fatigue and permanent deformation of asphalt concrete* - ASTM STP 1147 - Effects of aggregates and mineral fillers on asphalt mixture performance, Ed. Richard C. Meininger, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1992.

LEFEUVRE (Y.), DE LA ROCHE (C.), PIAU (J.M.) – *Asphalt material fatigue test under cyclic loading : an interpretation based on a viscoelastic model including unilateral damage* – Euraspalt and Eurobitume Congress, Barcelona, 20-22 September 2000

LEMAITRE (.), CHABOCHE (J.L.) – *Mécanique des matériaux solides* – Ed. Dunod, 544p, 1988

LEMARCHAND (E.) – *Modélisation du comportement en fatigue du matériau de chaussées* – DEA de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1997

LEMPE (U.), LEYKAUF (G.), NEUMANN (U.) - *Participation to the RILEM Interlaboratory Test Program - Part 2 "Dynamic tests"* - Research Report, Technische Universität München, 1992.

LESUEUR (D.), DEKKER (D.) - *Fatigue resistance : What's wrong with the dissipated energy ?* - Eurobitume Workshop - The rheology of bituminous binders - Bruxelles, avril 1995.

LINDER (R.), MOUTIER (F.), PENET (M.), PEYRET (F.) – *La machine asservie d'essais rhéologiques (MAER-LPC) et son utilisation pour l'essai de traction directe sur enrobés* – Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, n°142, Mars-Avril 1986.

LINDER (R.). - *Application de l'essai de traction directe aux enrobés bitumineux* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° Spécial V, pp.255-274, 1977.

LUCAS (M.), BAZIN (P.), SAUNIER (J.) - *Essais de fatigue sur enrobés bitumineux* - Revue Générale des Routes et Aérodrômes, N° 404, 1965.

MAMLOUK (M.S.), SAROFIM (R.T.). - *Modulus of Asphalt Mixes - An Unresolved Dilemma* - Transportation Research Record n° 1171, Transportation Research Board, 1988.

MANDEL (J.) - *Cours de mécanique des milieux continus, Tomes 1 et 2* - Ed. Gauthier et Villars, Paris, 1966.

MANDEL (J.). - *Sur les corps visco-élastiques à comportement linéaire* - Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. 241, pp. 1910-1912, Paris, 1955.

MARSAC (P.) – *L'essai de module complexe au LCPC* – rapport interne, Section Matériaux de Chaussées, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 20p, 1992.

MOUTIER (F.) – *Etude statistique de l'effet de la composition des enrobés bitumineux sur leur comportement en fatigue et leur module complexe* – Bulletin de Liaison des Laboratoires de Ponts et Chaussées, Hors série, Février 1992.

MOUTIER (F.) – *Etude statistique de l'effet de la composition des enrobés bitumineux sur leur comportement en fatigue et leur module complexe* – Bulletin de Liaison des Laboratoires de Ponts et Chaussées, n°172, pp.33-41, Mars 1991.

MOUTIER (F.) et DELORME (J.L.) - *Le contrôle de la qualité des enrobés à l'aide de la Machine Asservie d'Essais Rhéologiques* – Proceedings of the 4th International RILEM Symposium, pp.234-266, Ed. Chapman & Hall, 1990.

MYRE (J.) - *Fatigue of asphalt materials for norwegian conditions* - Proceeding of the 7th International Conference on Asphalt Pavements, Nottingham, Vol. 3, pp.238-251, 1992.

NEJI (J.) – *Fissuration des chaussées semi-rigides. Expérience et modélisation* – thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Paris, juin 1992

NUNN (M.E.) - *A question of fatigue?* - Symposium on Performance and Durability of Bituminous Mixtures, University of Leeds, 30-31 March 1994.

ODEON (H.) - *Mode factor. Faut-il effectuer des essais de fatigue à déformation ou à contrainte imposée?* Communication interne, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, janvier 1996.

PARIS (P.C.), ERDOGAN (F.) – *A critical analysis of crack propagation laws* – Trans. ASME, J. Basic Eng., Serie D, 85, n°3, 1963.

PELL (P.S.) and TAYLOR (I.F.) - *Asphaltic road materials in fatigue* - Journal of the Association of Asphalt Paving technologists (AAPT), Vol. 38, pp.371-422, 1969.

PELL (P.S.) - *Fatigue characteristics of bitumen and bituminous Mixes* - Proceeding of the First International Conference on the Structural Design of Asphalt Pavements, Ann Arbor, Michigan, 1962.

PETIT (C.) – *Modélisation de milieux composites multicouches fissurés par la mécanique de la rupture* – Thèse de doctorat de l'Université Blaise Pascal, 1990

PEYRONNE (C.), CAROFF (G.) – *Dimensionnement des Chaussées, Cours de Routes* - Ed. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées - Paris, 216 p, 1981.

PIAU (J.M.), HECK (J.V.) - *Comportement des enrobés bitumineux, passage du domaine fréquentiel au domaine temporel* - Compte-rendu de Recherche, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées - Nantes, 1996.

PIAU (J.M.) – *Modélisation thermo-mécanique du comportement des enrobés bitumineux* – Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Sept-Oct 1989.

PIAU (J.M.), ROUSSET (G.) - *Modélisation de l'endommagement dans une éprouvette de sable bitumineux au cours d'une expérience de flexion alternée* - Mémoire de DEA, Ecole Polytechnique, Paris, 1983.

PRONK (A.C.) - *Theory of the Four Point Dynamic Bending Test* - Research Report, Ministerie van Verkeer en Waterstaat - Dienst Weg- en Waterbouwkunde - The Netherlands, 1996.



PRONK (A.C.) - *Evaluation of the dissipated energy concept for the interpretation of fatigue measurements in the crack initiation phase* - Research Report n° P. DWW-95.001, Ministerie Van Verkeer en Waterstaat - Directoraat Generaal Rijkswaterstaat - Pays-Bas, 1995.

RAITHBY (K.D.), STERLING (A.B.) - *Some effects of loading history on the fatigue performances of rolled asphalt* - TRRL Report L.R. 496 - U.K., 1972.

RAMOND (G.), PASTOR (M.), DURRIEU (F.), GIAVARNI (C.) - *Méthodologie d'étude de la modification des bitumes par ajout de polymères* - 1<sup>st</sup> European Euraspalt ant Eurobitume Congress, may 1996.

READ (J.M.) and BROWN (S.F.) - *Practical Evaluation of Fatigue Strength for Bituminous paving Mixtures* - Proceedings of the 1st Euraspalt and Eurobitume Congress, Strasbourg, 1996.

RIVIERE (N.) - *Comportement en Fatigue des Enrobés Bitumineux* - Thèse de Docteur Ingénieur, Université de Bordeaux I, 1996.

ROWE (G.M.) - *Performance of Asphalt Mixtures in the Trapezoïdal Fatigue Test*. Journal of the Association of Asphalt Paving technologists (AAPT), Vol. 62, pp.344-380, 1993.

SAÏD (S.F.) - *Fatigue Characteristics of Asphalt Concrete Mixtures* - Research Report N° 413 00503-8, Väg-och Trafikinstitutet - Sweden, 1988.

SALENCON (J.) - *Cours de calcul des structures anélastiques – Viscoélasticité* - Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées - Paris, 1983.

SAUNIER (J.) - *Contribution à l'étude des propriétés rhéologiques des enrobés bitumineux* - Thèse de Doctorat ès Sciences appliquées, Faculté des Sciences de l'Université de Paris, 1968.

SAYEGH (G.) - *Contribution à l'étude des propriétés visco-élastiques des bitumes purs et des bétons bitumineux* - Thèse de Docteur-Ingénieur, Sorbonne, France, 1965.

SERFASS (J.P.), VAN BELLEGHEM (S.) - *Utilisation de la traction directe pour l'étude de la valeur structurelle des enrobés bitumineux* - Proceedings of the Fourth International RILEM Symposium - Budapest, Ed. Chapman and Hall, pp.290-305, 1990.

SHELL BITUMES - *Bitumes, Techniques et Utilisations* - Ed. Société des Pétroles Shell, 1991.

SOLEIMANI (P.) - *Etude sur le comportement viscoélastique des matériaux bitumineux par la méthode de fluage* - Thèse de Docteur Ingénieur, Faculté des Sciences de Paris, 1965.

SOLIMAN (S.), DOAN (T.H.) - *Influence des paramètres de formulation sur le module et la résistance à la fatigue des graves-bitumes* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° Spécial V, pp.229-246, 1977.

SOLIMAN (S.) - *Influence des paramètres de formulation sur le comportement à la fatigue d'un enrobé bitumineux* - rapport de recherche LPC, n°58, 103 p, septembre 1976

STEFANI (C.) - Note interne, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées., nov.1993.

STEFANI (C.) - *Etude du phénomène de fatigue dans les matériaux composites bitumineux* - note interne LCPC, juin 1987

TAYEBALI (A.A.), DEACON (J.A.), COPLANTZ (J.S.), FINN (F.N.), MONISMITH (C.L.) - *Fatigue Response of Asphalt Aggregate Mixtures. Part II -Extended Test Program* - Strategic

Highway Research Program, Project A- 404. Asphalt Reseach Program. Institute of Transportation Studies, University of California - Berkeley. 1994a

TAYEBALI (A.A.), DEACON (J.A.), COPLANTZ (J.S.), HARVEY (J.T.), MONISMITH (C.L.) - *Fatigue response of asphalt aggregate mixtures. Part I - Test Method Selection* - Strategic Highway Research Program, Project A- 404. Asphalt Reseach Program. Institute of Transportation Studies, University of California - Berkeley. 1994b.

TAYEBALI (A.A.), TSAI (B.) and MONISMITH (C.L.) - *Stiffness of Asphalt Agregate Mixes. Report n SHRP - A-388* - Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington DC, 1994c.

THIBAUD (O.) - *Influence de la température sur la fatigue d'une Grave-Bitume* - Rapport de Travail de Fin d'Etudes, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1976.

UGE (P.), GEST (G.), GRAVOIS (A.) - *Nouvelle méthode de calcul du module complexe des mélanges bitumineux* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, N° Spécial V, pp.199-213, déc.1977.

VERSTRAETEN (J.) - *Aspects divers de la fatigue des mélanges bitumineux - Prévission, rupture, condition de sollicitations* - Communication personnelle, Centre de Recherches Routières de Bruxelles, 1976.

VERSTRAETEN (J.) - *Loi de fatigue en flexion répétée des mélanges bitumineux* - Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées, mars, N° 70, pp.141-156, 1974.

VALLES (C.) – *Suivi par thermographie infrarouge de la propagation de fissure dans un enrobé bitumineux sollicité en fatigue* – rapport de recherche LCPC, Juin 1998

VAN DIJK (W.), WISSER (W.) - *The energy approach to fatigue pavement design* - Journal of the Association of Asphalt Paving technologists (AAPT), Vol. 46, pp.1-40, 1977.

WENDLING (N.), WENDLING (L.), PIAU (J.M.) – *Fissuration par fatigue en mode I d'éprouvette en béton bitumineux semi-grenu 0/10* – rapport interne, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées/Laboratoire Régional d'Autun, 1998

WILLIAM (M.L.), LANDEL (R.F.), FERRY (J.D.) - *The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids* - J. of American Chemistry Society, July, N°20, 1955.

ZENZRI (H.) – *Endommagement anisotrope par fatigue . Application au calcul d'une structure de chaussée bitumineuse* – Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, septembre 1992.

## **ANNEXES**

# Annexe 1

\*\*\*

## Rappels de visco-élasticité linéaire [Salençon, 1983]

### 1°) Fonctions de fluage et de relaxation

**La fonction de fluage** correspond à l'évolution de la déformation du matériau au cours du temps lorsqu'il est soumis à un échelon unitaire de contrainte (figure (1)) :

- si  $t < t_0$   $\sigma(t) = 0$  ;
- si  $t \geq t_0$   $\sigma(t) = \sigma_0$ .

Pour un matériau viscoélastique linéaire, la réponse en déformation est alors telle que :

- pour  $t < t_0$ ,  $\varepsilon(t) = 0$  ;
- pour  $t \geq t_0$ ,  $\varepsilon(t) = \sigma_0 F(t, t_0)$  avec  $F$  fonction croissante de  $t$ .

$F$  intègre l'éventuel saut de déformation lié à l'élasticité instantanée du matériau à l'instant  $t = t_0$

$F$  est appelée fonction de retard ou de fluage du matériau.

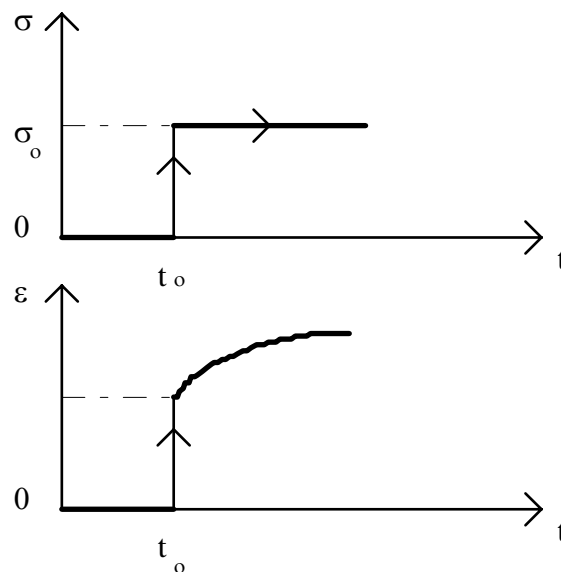


Fig.1 : Expérience de retard à l'instant  $t_0$

De façon duale, **la fonction de relaxation** correspond à l'évolution de la contrainte  $\sigma$  du matériau au cours du temps lorsqu'il est soumis à un échelon unitaire de déformation (figure (2)) :

- si  $t < t_0$   $\varepsilon(t) = 0$  ;
- si  $t \geq t_0$   $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$ .

La réponse en contrainte  $\sigma$  est alors telle que :

- pour  $t < t_0$ ,  $\sigma(t) = 0$  ;
- pour  $t \geq t_0$ ,  $\sigma(t) = \varepsilon_0 R(t, t_0)$  avec  $R$  fonction décroissante de  $t$ .

R intègre l'éventuel saut de contrainte correspondant à l'élasticité instantanée du matériau à l'instant  $t = t_0$ .

R est appelée fonction de relaxation du matériau.

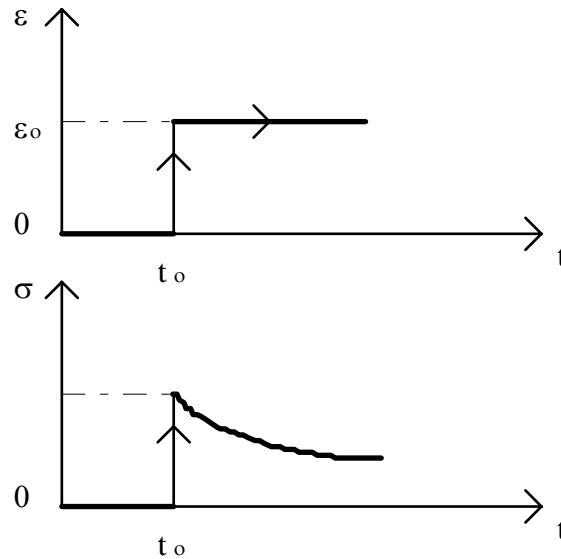


Fig.2 : Expérience de relaxation à l'instant  $t_0$

Sous les hypothèses de matériau non vieillissant (c'est-à-dire que ses propriétés ne varient pas au cours du temps), F et R ne sont fonction que de  $(t - t_0)$ .

Ces fonctions permettent de calculer la réponse en déformation (resp. contrainte) d'un matériau à une contrainte quelconque fonction du temps (resp. déformation).

L'application du principe de superposition de Boltzmann (hypothèse de linéarité) conduit aux relations suivantes :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t F(t - \tau) \dot{\alpha}(\tau) d\tau = F \otimes \dot{\alpha} \quad (1)$$

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t - \tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau = R \otimes \dot{\varepsilon} \quad (2)$$

avec  $\otimes$  symbole de la convolution de Riemann

L'application des relations suivantes dans le cas d'un créneau de déformation (resp. contrainte) conduit à :

$$F \otimes \dot{R} = R \otimes \dot{F} = H(t)$$

avec H fonction de Heaviside ( $H = 0$  pour  $t < 0$  et  $H = 1$  pour  $t \geq 0$ )

## 2°) Utilisation de la transformée de Laplace Carson

Cette transformation fait correspondre à une fonction réelle f, la fonction  $\tilde{f}$  définie par :

$$\tilde{f}(p) = \int_0^\infty p e^{-pt} f(t) dt$$

Elle possède la propriété suivante vis-à-vis du produit de convolution de Riemann :

$$(f \otimes \tilde{g}) = \tilde{f} \tilde{g}$$

Son utilisation permet donc de ramener les équations de comportement (1) et (2) aux relations multiplicatives suivantes qui s'apparentent à des lois élastiques :

$$\tilde{\varepsilon}(p) = \tilde{F}(p) \cdot \tilde{\sigma}(p)$$

$$\tilde{\sigma}(p) = \tilde{R}(p) \cdot \tilde{\varepsilon}(p)$$

### 3°) Cas d'une sollicitation sinusoïdale - Relation entre module complexe et fonction de relaxation

Si on applique au matériau viscoélastique linéaire une contrainte sinusoïdale de la forme  $\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t)$ , alors  $\varepsilon(t)$  est sinusoïdale en régime établi, en retard par rapport à la contrainte :  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t - \varphi)$

$$\text{on a d'après ce qui précède } \tilde{\sigma}(p) = \tilde{R}(p) \cdot \tilde{\varepsilon}(p)$$

soit avec les expressions précédentes de  $\sigma(t)$  et  $\varepsilon(t)$  et les transformées de Laplace Carson des fonctions sinus et cosinus :

$$\sigma_0 \left( \frac{p\omega}{p^2 + \omega^2} \right) = \tilde{R}(p) \cdot \varepsilon_0 \left( \frac{p\omega}{p^2 + \omega^2} \cos \varphi - \frac{p^2}{p^2 + \omega^2} \sin \varphi \right)$$

$$\text{soit } \sigma_0 = \tilde{R}(p) \cdot \varepsilon_0 \left( \cos \varphi - \frac{p}{\omega} \sin \varphi \right)$$

au point  $p=i\omega$ , on obtient :

$$\sigma_0 = \tilde{R}(i\omega) \cdot \varepsilon_0 (\cos \varphi - i \sin \varphi)$$

soit en posant

$$\sigma^*(t) = \sigma_0 \cdot e^{i\omega t} \quad \sigma(t) = \text{Im}[\sigma_0 \cdot e^{i\omega t}]$$

$$\varepsilon^*(t) = \varepsilon_0 \cdot e^{i(\omega t - \varphi)} \quad \varepsilon(t) = \text{Im}[\varepsilon^*(t)]$$

$$\text{on obtient } \sigma^*(t) = \tilde{R}(i\omega) \cdot \varepsilon^*(t)$$

$$\text{d'où } \tilde{R}(i\omega) = \frac{\sigma^*(t)}{\varepsilon^*(t)} = E^*(\omega) \text{ (module complexe)}$$

## Annexe 2

\*\*\*

## Courbe granulométrique du béton bitumineux clouté 0/6

| RECOMPOSITION GRANULOMETRIQUE                             |       |               |           |  |
|---|-------|---------------|-----------|--|
| DESIGNATION : BB C 0/6                                    |       |               |           |  |
| Intitulé de l'affaire : initiation et propagation fissure |       |               |           |  |
| année   | 97    | activité      | 201107    |  |
| n° d'affaire  | 97-52 | nom opérateur | Travers F |  |
| n° de formule   | 10    | date          | 21-Nov-97 |  |
| mode fabrication  | labo  | compactage    | labo      |  |

| N°     | Carrières | Fractions | %    | MVR   |
|--------|-----------|-----------|------|-------|
| 91 006 | nouveau   | 4/6       | 27,0 | 2,791 |
| 91 007 | nouveau   | 2/4       | 10,0 | 2,847 |
| 97 123 | nouveau   | 0/2       | 61,0 | 2,894 |
| 97 094 | airvault  | fines     | 2,0  | 2,720 |
| 0      | 0         | 0         | 0,0  | 0,000 |
| 0      | 0         | 0         | 0,00 | 0,00  |

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| L.C.P.C.                    |  |
| Section Liants et Matériaux |  |
| Routiers                    |  |

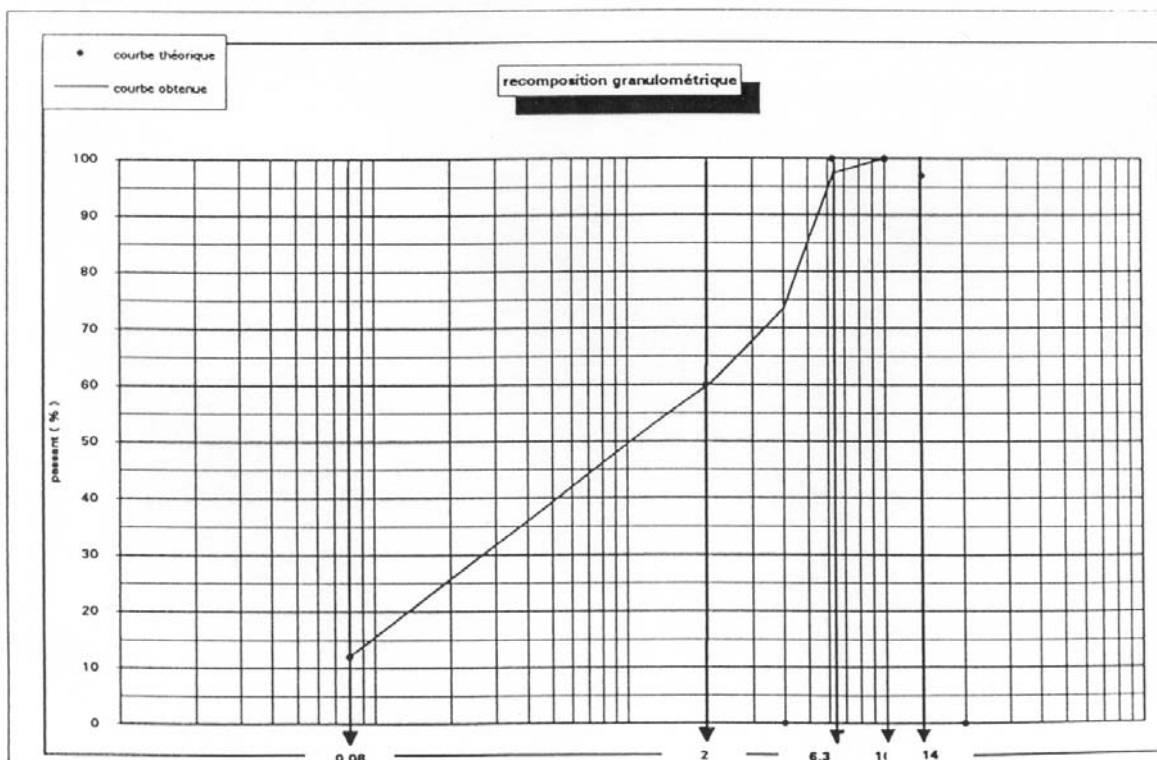
|               |           |
|---------------|-----------|
| norme (comp.) | NFP98-133 |
| classe (k)    |           |

|                      |             |
|----------------------|-------------|
| TBA en °C            | 48          |
| PENE en 1/10 mm      | 65          |
| Mod. rich. (k)       | 4,08        |
| Teneur en liant (TL) | 6,85        |
| Nature du liant      | 50/70       |
| Bitume               | 97024 - clf |
| MVR g                | 2,857       |
| MVR e                | 2,565       |
| IP LCPC              | -1,5        |

|                     |      |       |     |      |      |      |      |   |
|---------------------|------|-------|-----|------|------|------|------|---|
| Tamis en mm         | 0,08 | 0,315 | 0,5 | 1    | 2    | 3,15 | 4    | 5 |
| passants obtenus %  | 12,2 | 22,9  |     | 39,2 | 59,6 |      | 73,5 |   |
| passant théorique % | 12   | 0     |     | 0    | 60   |      |      |   |

|                     |      |       |       |       |       |       |
|---------------------|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Tamis en mm         | 6,3  | 8     | 10    | 12,5  | 14    | 20    |
| passants obtenus %  | 97,4 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 | 100,0 |
| passant théorique % | 100  |       | 100   |       | 100   | 0     |



## Annexe 3

\*\*\*

### Calage du modèle de Huet-Sayegh

Les paramètres du modèle de Huet-Sayegh sont obtenus à partir des résultats de l'essai de module complexe en flexion deux points sur éprouvettes trapézoïdales selon la norme NF P 98-260-2. Leur détermination résulte du calage « visuel » entre les données expérimentales et la courbe du modèle de Huet-Sayegh dans le plan Cole-Cole (cf. figure 1) et dans l'espace de Black (cf. figure 2).

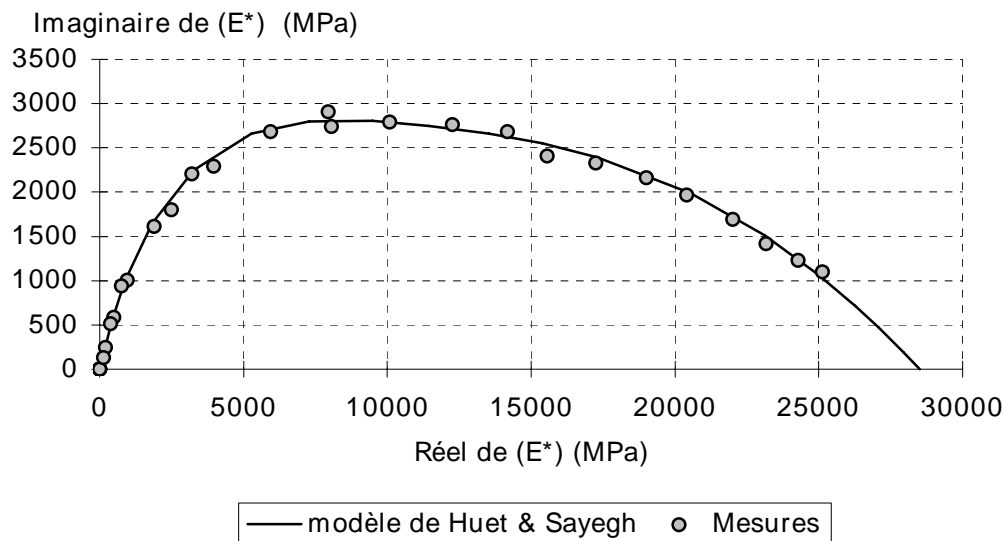


Fig.1 : Courbe maîtresse du module complexe dans le plan Cole-Cole

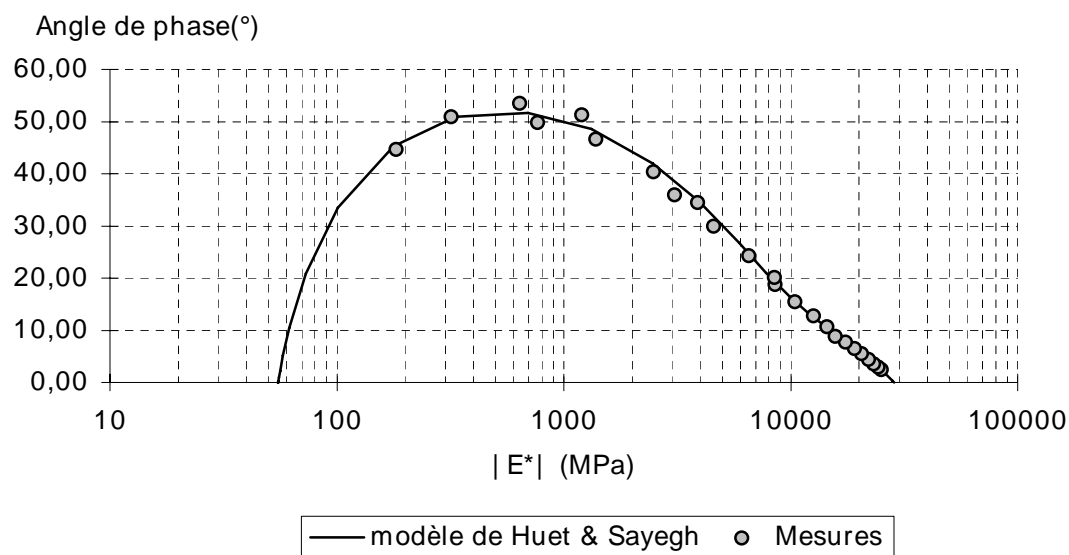


Fig.2 : Courbe maîtresse du module complexe dans l'espace de Black



## Annexe 4

\*\*\*

### Conditions expérimentales et protocole utilisés pour chaque essai

| Température (°C) | Amplitude de déplacement imposé (μm) |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
|------------------|--------------------------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|                  | 130                                  | 160              | 200              | 242             | 260             | 280             | 350              | 360              | 380              | 380<br>10Hz      | 380<br>40Hz      | 500             | 526             | 718             | 756             |
| -10              | A1 <sup>8</sup>                      |                  | A2 <sup>8</sup>  |                 |                 |                 | R3 <sup>8</sup>  |                  |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| -10              | A3 <sup>9</sup>                      |                  | A2 <sup>9</sup>  |                 |                 |                 | A1 <sup>9</sup>  |                  |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 10               | A4 <sup>9</sup>                      | A2 <sup>10</sup> | A2 <sup>11</sup> |                 |                 |                 | R3 <sup>11</sup> | R5 <sup>9</sup>  |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 10               | A1 <sup>11</sup>                     |                  |                  |                 |                 |                 | A1 <sup>10</sup> |                  |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 10               | A3 <sup>10</sup>                     |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 17               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  | A3 <sup>7</sup> |                 |                 |                 |
| 17.5             |                                      |                  |                  |                 | A3 <sup>6</sup> |                 |                  |                  |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 17.8             |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  | A1 <sup>7</sup> |                 |                 |                 |
| 18               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  | R1 <sup>1</sup> |                 |                 |                 |
| 18               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  | R1 <sup>2</sup> |                 |                 |                 |
| 18               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  | R1 <sup>3</sup> |                 |                 |                 |
| 18.5             |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  |                 |                 | A4 <sup>6</sup> |                 |
| 19               |                                      |                  | A7 <sup>5</sup>  |                 |                 | R8 <sup>6</sup> |                  |                  | A6 <sup>6</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 19               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A7 <sup>6</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 19               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  | A1 <sup>14</sup> | R2 <sup>14</sup> |                 |                 |                 |                 |
| 19               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | R8 <sup>5</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 19.5             |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  | A5 <sup>6</sup> |                 |                 | A5 <sup>7</sup> |
| 19.8             |                                      |                  |                  |                 |                 | A4 <sup>7</sup> |                  |                  |                  |                  |                  | A2 <sup>7</sup> |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  | A3 <sup>5</sup>  | A2 <sup>5</sup> |                 | A1 <sup>5</sup> |                  |                  | A4 <sup>5</sup>  | A1 <sup>15</sup> | R3 <sup>15</sup> |                 |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A5 <sup>5</sup>  | R3 <sup>16</sup> | A1 <sup>16</sup> |                 |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A6 <sup>5</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A2 <sup>4</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A1 <sup>4</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | R4 <sup>4</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A3 <sup>4</sup>  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 20               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A2 <sup>16</sup> |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 21               |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  | A2 <sup>15</sup> |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 21.4             |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  |                 | A1 <sup>6</sup> |                 |                 |
| 21.5             |                                      |                  |                  |                 |                 |                 |                  |                  |                  |                  |                  |                 | A2 <sup>6</sup> |                 |                 |
| 28               |                                      | A3 <sup>12</sup> | A2 <sup>12</sup> |                 |                 |                 |                  | R5 <sup>10</sup> | R3 <sup>13</sup> |                  |                  |                 |                 |                 |                 |
| 28               | A4 <sup>10</sup>                     | A1 <sup>13</sup> | A2 <sup>13</sup> |                 |                 |                 |                  | A1 <sup>12</sup> |                  |                  |                  |                 |                 |                 |                 |

Légende : Soit  $Xy^z$  le caractère générique de ce tableau, alors :

**X** définit le protocole expérimental (**R** jusqu'à rupture ; **A** pour l'arrêt en début d'essai)  
**y** désigne le numéro de sollicitation ; ce nombre est incrémenté à chaque nouvel essai sur une même éprouvette  
**z** est le numéro d'identification d'une même éprouvette

*Tableau récapitulatif des protocoles utilisés à chaque essai*

## Annexe 5

\*\*\*

Résultats du calage de la déformation moyenne globale à la cote  $z=48\text{mm}$  par  $\varepsilon_m(t) = A(1-e^{-t/\tau_A}) - B(1-e^{-t/\tau_B})$

### I Valeurs du paramètre A (en $10^{-6}$ )

| Température (°C) | Amplitude de déplacement imposé (μm) |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
|------------------|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|-------------|-------------|-----|-----|-----|-----|
|                  | 130                                  | 160 | 200 | 242 | 260 | 280 | 350 | 360  | 380 | 380<br>10Hz | 380<br>40Hz | 500 | 526 | 718 | 756 |
| -10              | 10                                   |     | 20  |     |     |     | 25  |      |     |             |             |     |     |     |     |
| -10              | 19                                   |     | 19  |     |     |     | 35  |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 10               | 109                                  | 100 | 120 |     |     |     | 280 | 1550 |     |             |             |     |     |     |     |
| 10               | 95                                   |     |     |     |     |     | 320 |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 10               | 95                                   |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 17               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             | 340 |     |     |     |
| 17.5             |                                      |     |     |     | 190 |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 17.8             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             | 340 |     |     |     |
| 18               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             | 370 |     |     |     |
| 18               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             | 370 |     |     |     |
| 18               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             | 280 |     |     |     |
| 18.5             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     | 620 |     |
| 19               |                                      |     | 92  |     |     | 195 |     |      | 295 |             |             |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 310 |             |             |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     | 330         | 720         |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 330 |             |             |     |     |     |     |
| 19.5             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             | 385 |     |     | 520 |
| 19.8             |                                      |     |     |     |     | 150 |     |      |     |             |             | 295 |     |     |     |
| 20               |                                      |     | 150 | 220 |     | 210 |     |      | 400 | 310         | 680         |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 280 | 320         | 500         |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 260 |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 370 |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 400 |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 515 |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 400 |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 475 |             |             |     |     |     |     |
| 21               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             |     | 355 |     |     |
| 21.4             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             |     | 388 |     |     |
| 21.5             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 28               |                                      | 11  | 23  |     |     |     |     | 80   | 135 |             |             |     |     |     |     |
| 28               | 4                                    | 9   | 28  |     |     |     |     | 68   |     |             |             |     |     |     |     |

## II Valeurs du paramètre $\tau_A$ (en s)

| Température (°C) | Amplitude de déplacement imposé (μm) |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
|------------------|--------------------------------------|-----|------|-----|-----|-----|-----|------|-----|-------------|-------------|-----|-----|-----|-----|
|                  | 130                                  | 160 | 200  | 242 | 260 | 280 | 350 | 360  | 380 | 380<br>10Hz | 380<br>40Hz | 500 | 526 | 718 | 756 |
| -10              | 1000                                 |     | 1000 |     |     |     | 150 |      |     |             |             |     |     |     |     |
| -10              | 3200                                 |     | 1000 |     |     |     | 700 |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 10               | 800                                  | 400 | 400  |     |     |     | 200 | 1000 |     |             |             |     |     |     |     |
| 10               | 1000                                 |     |      |     |     |     | 200 |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 10               | 3500                                 |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 17               |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             | 25  |     |     |     |
| 17.5             |                                      |     |      |     | 50  |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 17.8             |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             | 30  |     |     |     |
| 18               |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             | 35  |     |     |     |
| 18               |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             | 35  |     |     |     |
| 18               |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             | 20  |     |     |     |
| 18.5             |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     | 13  |     |
| 19               |                                      |     | 80   |     |     | 145 |     |      | 48  |             |             |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 56  |             |             |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     | 120         | 140         |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 70  |             |             |     |     |     |     |
| 19.5             |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             | 15  |     |     | 10  |
| 19.8             |                                      |     |      |     |     | 35  |     |      |     |             |             | 20  |     |     |     |
| 20               |                                      |     | 180  | 150 |     | 100 |     |      | 100 | 130         | 160         |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 60  | 200         | 80          |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 45  |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 80  |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 70  |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 160 |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 80  |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |      |     |     |     |     |      | 110 |             |             |     |     |     |     |
| 21               |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             |     | 12  |     |     |
| 21.4             |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             |     | 12  |     |     |
| 21.5             |                                      |     |      |     |     |     |     |      |     |             |             |     |     |     |     |
| 28               |                                      | 2   | 5    |     |     |     |     | 6    | 4   |             |             |     |     |     |     |
| 28               | 0.2                                  | 0.6 | 4    |     |     |     |     | 4    |     |             |             |     |     |     |     |

### III Valeurs du paramètre B (en $10^{-6}$ )

| Température (°C) | Amplitude de déplacement imposé (μm) |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
|------------------|--------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|------|-------------|-------------|-----|-----|-----|-----|
|                  | 130                                  | 160 | 200 | 242 | 260 | 280 | 350 | 360  | 380  | 380<br>10Hz | 380<br>40Hz | 500 | 526 | 718 | 756 |
| -10              |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| -10              | 21                                   |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 10               |                                      |     |     |     |     |     |     | 2350 |      |             |             |     |     |     |     |
| 10               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 10               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 17               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             | 100 |     |     |     |
| 17.5             |                                      |     |     |     | 300 |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 17.8             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             | 220 |     |     |     |
| 18               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             | 550 |     |     |     |
| 18               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             | 450 |     |     |     |
| 18               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             | 335 |     |     |     |
| 18.5             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     | 300 |     |
| 19               |                                      |     |     |     |     | 500 |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 100  |             |             |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             | 1100<br>0   |     |     |     |     |
| 19               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 200  |             |             |     |     |     |     |
| 19.5             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             | 100 |     |     | 700 |
| 19.8             |                                      |     |     |     |     | 250 |     |      |      |             |             | 120 |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      | 40          | 8000        |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      | 355         |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 3600 |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 20               |                                      |     |     |     |     |     |     |      | 40   |             |             |     |     |     |     |
| 21               |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     | 800 |     |     |
| 21.4             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     | 400 |     |     |
| 21.5             |                                      |     |     |     |     |     |     |      |      |             |             |     |     |     |     |
| 28               |                                      | 55  | 100 |     |     |     |     | 145  | 125  |             |             |     |     |     |     |
| 28               | 66                                   | 34  | 40  |     |     |     |     | 50   |      |             |             |     |     |     |     |

IV Valeurs du paramètre  $\tau_B$  (en s)

| Température (°C) | Amplitude de déplacement imposé (μm) |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
|------------------|--------------------------------------|------|------|-----|-------|-------|-----|------|-----------|-------------|-------------|------|-------|------|------|
|                  | 130                                  | 160  | 200  | 242 | 260   | 280   | 350 | 360  | 380       | 380<br>10Hz | 380<br>40Hz | 500  | 526   | 718  | 756  |
| -10              |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| -10              | 12000                                |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 10               |                                      |      |      |     |       |       |     | 5000 |           |             |             |      |       |      |      |
| 10               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 10               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 17               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             | 6000 |       |      |      |
| 17.5             |                                      |      |      |     | 10000 |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 17.8             |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             | 2250 |       |      |      |
| 18               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             | 2000 |       |      |      |
| 18               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             | 2000 |       |      |      |
| 18               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             | 1850 |       |      |      |
| 18.5             |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       | 2000 |      |
| 19               |                                      |      |      |     |       | 50000 |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 19               |                                      |      |      |     |       |       |     |      | 1000<br>0 |             |             |      |       |      |      |
| 19               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             | 33000       |      |       |      |      |
| 19               |                                      |      |      |     |       |       |     |      | 1700      |             |             |      |       |      |      |
| 19.5             |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             | 2500 |       |      | 1500 |
| 19.8             |                                      |      |      |     |       | 6000  |     |      |           |             |             | 2250 |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           | 2000        | 55000       |      |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           | 16000       |             |      |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      | 3000<br>0 |             |             |      |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 20               |                                      |      |      |     |       |       |     |      | 2000      |             |             |      |       |      |      |
| 21               |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      | 2000  |      |      |
| 21.4             |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      | 20000 |      |      |
| 21.5             |                                      |      |      |     |       |       |     |      |           |             |             |      |       |      |      |
| 28               |                                      | 6500 | 6500 |     |       |       |     | 600  | 750       |             |             |      |       |      |      |
| 28               | 95                                   | 130  | 700  |     |       |       |     | 200  |           |             |             |      |       |      |      |

## Annexe 6

\*\*\*

### Développements des équations de comportement visco-élastique linéaire avec endommagement unilatéral

#### Équations générales du problème monodimensionnel

Ainsi qu'il a été montré précédemment la visco-élasticité linéaire selon le modèle de Huet-Sayegh (cf. annexes 1 et 3) permet d'obtenir la déformation à partir de la fonction de fluage,  $F(t)$ , et du module  $E_0$  de ce modèle et de la contrainte effective comme décrit dans l'équation :

$$(1) \quad \varepsilon(t) = \int_0^t F(t-\tau) (\dot{\tilde{\sigma}}(\tau) - E_0 \dot{\varepsilon}(\tau)) d\tau$$

La campagne expérimentale sur éprouvettes trapézoïdales de matériaux bitumineux, notamment la mesure des déformations avec jauges extensométriques, a montré que les déformations et contraintes peuvent être assimilés à des signaux pseudo-périodiques dont la partie moyenne et l'amplitude évolue lentement sur un cycle. Ainsi on décompose ces grandeurs en une série de Fourier s'arrêtant à la première harmonique, soit par exemple avec l'écriture complexe suivante :

$$(2) \quad \varepsilon(t) = \varepsilon_m(t) + \text{Re}[\varepsilon^*(t)e^{i\omega t}]$$

$$(3) \quad \sigma(t) = \sigma_m(t) + \text{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega t}]$$

Dans ces équations,  $\omega$  est la pulsation de ces signaux pseudo périodiques, la partie moyenne (indiquée « m ») et l'amplitude complexe (notée « \* ») sont alors définies comme suit (la variable  $X$  est prise ici comme variable muette) :

$$(4) \quad \begin{cases} X(t) = X_m(t) + \text{Re}[X^*(t)e^{i\omega t}] \\ X_m(t) = \frac{1}{T} \int_{ti}^{ti+T} X(\tau) d\tau \\ X^*(t) = \frac{2}{T} \int_{ti}^{ti+T} X(\tau) e^{-i\omega \tau} d\tau \end{cases}$$

Les notations dans (4) :  $T$  est la période du signal et  $ti$  est choisi tel que  $t \in [ti; ti + T]$ .

La contrainte effective s'écrit alors :

$$(5) \quad \tilde{\sigma}(t) = \frac{\sigma(t)}{1 - D(t)}$$

Dans l'équation (5) la variable  $D(t)$  est l'endommagement (pour mémoire si on s'intéresse à un élément de surface de matériau, il correspond à la surface occupée par les micro-fissures rapportée à l'aire totale de cet élément de surface). Dans notre approche cet endommagement est unilatéral en fonction de la déformation (selon que les micro-fissures soient ouvertes en extension ou fermées en contraction), soit par définition lorsqu'on considère une évolution lente de l'endommagement par rapport à  $T$  :

$$(6) \quad D(t) = \begin{cases} d(t) \equiv d_m(t) = \frac{1}{T} \int_{ti}^{ti+T} d(\tau) d\tau & , \text{ si } \varepsilon(t) > 0 \\ 0 & , \text{ si } \varepsilon(t) \leq 0 \end{cases}$$

A partir des équations (4) et (5) nous pouvons calculer la partie moyenne et l'amplitude complexe de la contrainte effective (nous rappelons que  $t \in [ti; ti + T]$ ) :

$$(7) \quad \tilde{\sigma}_m(t) = \frac{1}{T} \int_{ti}^{ti+T} \tilde{\sigma}(\tau) d\tau$$

$$(8) \quad \tilde{\sigma}^*(t) = \frac{2}{T} \int_{ti}^{ti+T} \tilde{\sigma}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

Les équations (5),(6) et (3), nous aboutissent à :

$$(9) \quad \tilde{\sigma}(t) = \begin{cases} \frac{\sigma_m(t) + \operatorname{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega t}]}{1 - d(t)}, & \text{ si } \varepsilon(t) > 0 \\ \sigma_m(t) + \operatorname{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega t}], & \text{ si } \varepsilon(t) \leq 0 \end{cases}$$

Intéressons nous à faire un zoom sur un cycle de déformation/contrainte. Nous définissons alors deux grandeurs :

- $T\varphi$ , la durée dans une période qui sépare les instants consécutifs où  $\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t)$  et  $\sigma(t) = \sigma_m(t)$  (en résumé le déphasage entre contrainte et déformation)
- $T\alpha$ , la durée dans une période qui sépare les instants consécutifs où  $\varepsilon(t) = 0$  et  $\varepsilon(t) = \varepsilon_m(t)$  (rem.  $\alpha < 0$  si  $\varepsilon_m(t) < 0$ )

Ces deux durées peuvent s'écrire comme suit :

$$(10) \quad T\varphi = \frac{\varphi}{2\pi} T$$

$$(11) \quad T\alpha = \alpha \times T, \text{ où } \alpha = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \arcsin\left(\frac{\varepsilon_m(t)}{|\varepsilon^*(t)|}\right), & \text{ si } |\varepsilon_m(t)| < |\varepsilon^*(t)| \\ +\frac{1}{4}, & \text{ si } \varepsilon_m(t) \geq |\varepsilon^*(t)| \\ -\frac{1}{4}, & \text{ si } \varepsilon_m(t) \leq -|\varepsilon^*(t)| \end{cases}$$

Notation :  $|X(t)|$  correspond à la valeur absolue d'un nombre réel ou à la norme d'un nombre complexe. Dans la suite de cette annexe nous utiliserons l'écriture «  $\alpha$  » par souci d'alléger l'écriture des équations sachant évidemment que cette grandeur n'est pas une constante.

### Expression développée de la contrainte effective moyenne, $\tilde{\sigma}_m(t)$

Tout d'abord nous pouvons choisir une valeur de  $t_i$  telle que  $t \in [t_i - T; t_i + T]$  pour se trouver dans le cas où la déformation est positive sur l'intervalle  $[t_i; t_i + (2\alpha+1/2)T]$ .

Dans ce cas on peut écrire d'après les équations (7) et (9) la partie moyenne de la contrainte effective :

$$\tilde{\sigma}_m(t) = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} \tilde{\sigma}(\tau) d\tau = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+(2\alpha+1/2)T} \frac{\sigma_m(t) + \text{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega\tau}]}{1-d(t)} d\tau + \frac{1}{T} \int_{t_i+(2\alpha+1/2)T}^{t_i+T} (\sigma_m(t) + \text{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega\tau}]) d\tau$$

Par définition  $\sigma_m$ ,  $\sigma^*$  et  $d$  sont constants sur l'intervalle retenu et  $e^{i\omega T/2} = e^{i\pi} = -1$  de plus que  $e^{i\omega T} = e^{i2\pi} = 1$ , donc il vient que :

$$(12) \quad \tilde{\sigma}_m(t) = \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d(t)}{1-d(t)} \right] \sigma_m(t) + \frac{1}{2\pi} \text{Re} \left[ i e^{i\omega t} \sigma^* (e^{i4\pi\alpha} + 1) \frac{d(t)}{1-d(t)} \right]$$

### Expression développée de l'amplitude complexe de la contrainte effective, $\tilde{\sigma}^*(t)$

Maintenant à partir des équations (8) et (9) la partie moyenne de la contrainte effective :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}^*(t) &= \frac{2}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} \tilde{\sigma}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{2}{T} \int_{t_i}^{t_i+(2\alpha+1/2)T} \frac{\sigma_m(t) + \text{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega\tau}]}{1-d(t)} e^{-i\omega\tau} d\tau \\ &\quad + \frac{2}{T} \int_{t_i+(2\alpha+1/2)T}^{t_i+T} (\sigma_m(t) + \text{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega\tau}]) e^{-i\omega\tau} d\tau \end{aligned}$$

Comme précédemment  $\sigma_m$ ,  $\sigma^*$  (et son conjugué) et  $d$  sont constants sur l'intervalle retenu. De plus :

$$\text{Re}[\sigma^*(t)e^{i\omega\tau}] = \frac{1}{2} [\sigma^*(t)e^{i\omega\tau} + \overline{\sigma^*(t)e^{i\omega\tau}}] \text{ et } \overline{\sigma^*(t)e^{i\omega\tau}} = \overline{\sigma^*(t)} e^{-i\omega\tau} = \sigma^*(t) e^{-i\omega\tau}$$

Le développement de l'équation donnant l'expression de l'amplitude complexe de la contrainte effective aboutit à :

$$(13) \quad \begin{aligned} \tilde{\sigma}^*(t) &= \frac{i}{\pi} e^{-i\omega t} \frac{-d(t)}{1-d(t)} (1 + e^{-i4\pi\alpha}) \sigma_m(t) + \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d(t)}{1-d(t)} \right] \sigma^*(t) \\ &\quad + \frac{i}{4\pi} e^{-i2\omega t} \frac{d(t)}{1-d(t)} (e^{-i8\pi\alpha} - 1) \overline{\sigma^*(t)} \end{aligned}$$

### Conditions limites

Supposons que  $\varepsilon(t) = |\varepsilon^*| \sin(\omega t) = \text{Re}[\varepsilon^* e^{i\omega t}]$  alors on obtient :

$$(14) \quad \varepsilon^* = -i |\varepsilon^*|$$

Par conséquent,  $\sigma(t) = |\sigma^*| \sin(\omega t + \varphi) = \text{Re}[\sigma^* e^{i(\omega t + \varphi)}] \Rightarrow$

$$(15) \quad \sigma^* = -i |\sigma^*| e^{i\varphi}$$

Et dans le même esprit on suppose que  $t = 0$  quand  $\varepsilon(t=0) = 0$  et  $\varepsilon_m(t=0) = 0$ , si bien que pour le nombre entier naturel  $n$  on peut écrire :

$$(16) \quad t_i = nT - \alpha T$$



**Ecriture finale des équations de comportement**

La loi de comportement est dirigée par les deux équations ci-dessous, par application respectivement des équations (15) et (16) dans (12) et des équations (15) et (16) dans (13), soit :

$$\begin{aligned}
 (17) \quad \tilde{\sigma}_m(t) &= \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d(t)}{1-d(t)} \right] \sigma_m(t) + \frac{d(t)}{(1-d(t))\pi} \cos(2\pi\alpha) \cos(\varphi) |\sigma^*| \\
 (18) \quad \tilde{\sigma}^*(t) &= -2i \frac{d(t)}{(1-d(t))\pi} \cos(2\pi\alpha) \sigma_m(t) \\
 &\quad + \left\{ \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d(t)}{1-d(t)} \right] + \frac{d(t)}{2\pi(1-d(t))} \sin(4\pi\alpha) \right\} \sigma^*(t)
 \end{aligned}$$

Et l'équation (18) peut se simplifier en (18') ci-dessous puisque :

- $\sigma_m(t)$  est rapidement négligeable par relaxation de contrainte sur la période de temps d'observation des phénomènes
- le terme  $\frac{d(t)}{2\pi(1-d(t))} \sin(4\pi\alpha)$  est négligeable devant  $\left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d(t)}{1-d(t)} \right]$

$$(18') \quad \tilde{\sigma}^*(t) = \left[ 1 + \left( 2\alpha + \frac{1}{2} \right) \frac{d(t)}{1-d(t)} \right] \sigma^*(t)$$